

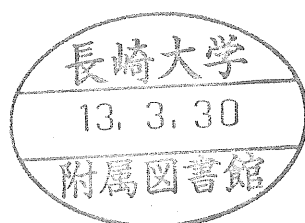
インバータ駆動システムの
不安定現象と
その改善に関する研究

Study on Unstable Phenomena
of
Inverter Drive Systems
and
Their Solutions

2000 年 12 月

長崎大学 大学院
海洋生産科学研究科

坪井克剛



目 次

第 1 章	緒論	1
1.1	研究の背景	1
1.2	本論文の概要	5
第 2 章	インバータ D C リンクの寄生共振の解析	7
2.1	インダクタンス計算の基本	7
2.1.1	問題の設定と仮定	7
2.1.2	細線の自己インダクタンスと抵抗	7
2.1.3	細線の相互インダクタンス	11
2.2	ブスバーインダクタンスの基本特性	14
2.2.1	解析方法	14
2.2.2	解析結果	17
2.3	D C リンクの寄生共振	25
2.3.1	折れ曲がりブスバーのインダクタンス	25
2.3.2	寄生共振の解析	27
第 3 章	入力 L C フィルタ付きチョッパ系の不安定現象とその対策	36
3.1	不安定現象	36
3.2	システムの詳細	37
3.2.1	システム構成	37
3.2.2	安定化対策	37
3.2.3	系の記述	39
3.2.4	定常解	42
3.2.5	線形化	43
3.3	安定性の検討	46
3.3.1	未対策時の特性	46
3.3.2	対策 1 : 速応性の調整による安定化	48
3.3.3	対策 2 : 定常偏差の付与による安定化	53
3.3.4	対策 3 : ダンピング回路による安定化	53
3.4	非線形シミュレーションによる確認	59

第 4 章	誘導電動機のデジタルベクトル制御の安定性	62
4.1	基本システム	62
4.2	デジタル RL モデル	63
4.3	デジタル $d-q$ モデル	66
4.4	デジタル $\alpha-\beta$ モデル	67
4.5	計算結果	69
第 5 章	インバータの短絡防止時間による誘導電動機の不安定現象	77
5.1	モータ単体の安定性	77
5.1.1	誘導電動機の状態方程式	78
5.1.2	誘導電動機の安定性	82
5.2	コンバータの特性	93
5.2.1	電圧・電流特性	93
5.2.2	軽負荷時の等価回路	101
5.2.3	負荷時の等価回路	104
5.3	T_d や素子電圧降下のインバータ特性への影響	111
5.3.1	T_d とモータ電流リップルを考慮した状態方程式	111
5.3.2	素子の電圧降下を考慮した状態方程式	115
第 6 章	結論	119
	参考文献	121
	謝辞	125
付録 A	(長方形の幾何学的平均距離)	A-1
付録 B	(記号の説明)	A-10
付録 C	(プログラム・リスト)	A-11
付録 D	(筆者の発表論文など)	A-43

第1章 緒論

1.1 研究の背景

1960年代前半にサイリスタの本格的実用化が開始されて以来、パワーエレクトロニクスは下記のような要素技術分野における各種の進歩に支えられ、多くの技術淘汰を経ながら、今日の隆盛を築くに至っている。

電力用半導体素子と付属品：

高耐圧・大電流化，高速化，低損失化，高信頼化，自己消弧素子の出現，制御省電力化，インテリジェント化，低価格化，冷却・保持方法の改善，磁性材料の改良，スナバコンデンサの改良，各種センサの改良

主回路トポロジー：

自励転流技術，転流サージ低減，転流損失の低減，入出力高調波の低減，トランスレス，コンデンサレス，力率改善，速応化，大容量化，多重化，PWM

制御理論：

ベクトル制御，センサレス・ベクトル制御，現代制御理論など

電子回路ハードウェア技術：

アナログ・デジタル回路のIC化，小型化，高密度化，高信頼化，高速化，高精度化，低価格化，マイクロコンピュータの出現，プログラマブル論理素子の出現，プリント板の多層化，光素子による絶縁・表示，単一電源化，省電力化，スイッチングレギュレータの進歩

組み込みソフトウェア技術：

高位言語化，オブジェクト指向

支援技術：

パソコンの高性能化と個人への普及，アプリケーションS/Wの高性能汎用化・低価格化，計測機器の高性能化

上記の華やかな進歩の裏では、その時々には多くの問題点が発見され、それを解決するための地味な努力も払われてきている（例えば、[1]～[11]）。パワーエレクトロニクスの進歩にはこれらの貢献があったことも見逃せない。しかし、個々の問題について振り返ってみると、理論的に必ずしも完全な解釈が得られていないものも散見される。例えば、製品と同一規模の試作機での予備試験が困難な大容量機や特殊仕様機では、出荷試験や現地据付試運転で予期せぬ現象に直面することもある。これらの問題点に対しても、適宜、対策が施され、本来の特性を確保することでユーザーへの影響は最小限に食い止められている。しかし、実際の現場での対処方法としては、時間的・場所的に制約がある条件下で処

置ることが多いため、考え得る全ての原因をリストアップし、それぞれに対して必要な対策を総花的に施してしまう傾向があり、真の原因の見極めができないケースも見受けられる。

この種の問題として現れ易いのは、異常振動などの不安定現象、EMI ノイズトラブル、接触不良などである。問題の根絶あるいは、早期解決のためには、これらの現象の理論的な解明に基づく、正確なノウハウの蓄積と活用が重要である。本論文は、過去に発生したこれらの問題のうち、その成果が現在の製品にも応用できるものについて、特に不安定現象を中心に、DC リンクの共振、電源フィルタの発振、PWM インバータのハンチングなどについての研究をまとめたものである。これらについての詳細な背景は以下の通りである。

大容量インバータへの PWM 制御の適用が拡大するにつれて、機器内の寄生共振周波数とスイッチング周波数との接近による異常共振の問題が、解決すべき重要課題として注目され始めている ([12][13])。大容量機器においては、直流フィルタ回路のコンデンサの単機容量が大きくなるとともに、比較的長めの配線により寄生インダクタンスが増加し、寄生共振周波数が低下する傾向にある。一方、出力電流の高調波を低減するために PWM のスイッチング周波数は高く設定される方向にある。個々の素子のスイッチング周波数は低くても、多レベル化・多重化などにより等価的なスイッチング周波数は高くなっていることも多い。さらに、回路電圧が高いために、多段の直列接続が必要となる電解コンデンサよりも、油入りコンデンサが使用されることが多くなり、ダンピング・ファクターが低下する。以上の要因により、スイッチング周波数と寄生共振周波数が接近し、しかも、大きな共振倍率を持つ可能性が増える。これにより、スイッチング周波数あるいはその高調波による主回路系統の共振が起これ、異常電流による加熱などの不具合現象が発生する危険性が増大する。しかし従来の報告では、共振現象そのものの説明や、付加的な手段による共振の抑制方法に関する提案が中心であり、寄生共振を回避するためのブスバーの最適設計という根本的対策の観点から、寄生共振周波数の具体的予測方法に関して記述した例は見られなかった。

この寄生共振周波数の予測のためには、まず、パワーエレクトロニクス機器の内部接続導体として多用されるブスバーのインダクタンスの把握が重要になる。ブスバーのインダクタンスの正確な把握は、寄生共振周波数の予測だけでなく、スイッチング時のサージ電圧の抑制や GTO の遮断能力の向上のために、転流ループやスナバ回路のインダクタンスを極力小さく設計するためにも必要である。ブスバーの高周波インダクタンスや抵抗値の計算は、有限要素法などによる各種の汎用電磁界解析ソフトを利用すれば可能ではある。しかし、試行錯誤的に多くのブスバー構造案を検討するには処理時間の点で難があるため、現実的手段としては、部分モデルの製作によるインダクタンスの実測も行われていた。そこで、磁性材料との併用は殆ど無いシンプルな環境で使用されることも念頭に置いた、より効率良く利用できる簡易計算法の確立が求められていた。これまでも簡易計算の試みはいくつか報告されている ([14][15]) が、既存の直流インダクタンス計算ツール

を使用する方法であったり、記述どおりでは利用が困難なものもあるなど、一貫した処理を再現性に配慮しながら明示した例は見当たらなかった。

パワーエレクトロニクスの重要な応用分野である電鉄用の車載変換装置では、架線からの高圧サージを抑制する目的で、入力に LC フィルタを設置するのが一般的である。この LC フィルタに関連する不安定現象や、その解決策については既にいくつか報告はされている ([18] ~ [20])。しかし、変換装置全体が定電力負荷と見なせる場合、変換装置が負性抵抗特性を示し、それに起因する不安定現象が存在する可能性については、定性的に示唆されてはいる ([18]) もの、この観点から定量的に解析された例はあまり見当たらず、本質的に解明されているとは言い難い。

さらに、従来の報告では、主に車両駆動用インバータを検討対象にしているが、この種の安定性に関しては、車両駆動用などの大容量のものよりも、むしろ空調などの小容量のものの方が相対的に安定条件を満足し難く、それ相応の検討が必要になる。空調装置の電源の一つとして、降圧チョッパインバータ構成のシステムがある。複数のインバータ用の直流電源を、1 台の降圧チョッパでまとめて低電圧安定化することにより、小容量の個々のインバータには過剰な電圧定格が必要なくなり、コストを低減できる利点があるため広く用いられている。したがって、このシステムにおいて、安定性に関するより本質的な検討が行われれば、その効果は大きく、他のシステムへの展開も期待できる。

なお、この種の不安定現象に対しては、電源に直列抵抗を挿入するのも効果のある解決策であることは既に知られている。従来、電源には一般に、電源開閉器の遮断容量条件を満足させるために、抵抗器を直列挿入する場合が多く、この抵抗器が安定性確保を兼ねていた一面もあった。ところが近年、この開閉器の遮断特性が改良されるにつれ、遮断容量の確保のための抵抗値は低い値で済むようになり、CO₂ 削減のための省エネルギーの面からも、安定性の確保だけのために抵抗器を残しておくことは許されなくなりつつある。その意味からも、安定性について基本的な観点から、その現象について詳細に見直し、各種の安定化対策について定量的に比較評価する必要性が生じてきた。

この種の問題の生産現場における検討手段としては、従来は一般的に、文献 [19] などにもあるようにボード線図が用いられてきた。制御系をできるだけ容易に扱えるように、包含関係にある多重ループに分離し、内側のループから位相・ゲイン余裕を確保しながら設計していく手法である。しかし、このような方法で安定性を検討しようとする、実際のシステムの詳細特性を無視し、巨視的な観点だけからシステムを把握せざるを得ないという問題があるうえ、本論文で重要となる負性抵抗などは扱い難いという問題点もあった。詳細を無視することにより、潜在的な不安定条件を見逃し、実運転時に不都合を生じる可能性も考えられる。

現在では、高性能な可変速ドライブ装置として、直流電動機の電機子電圧制御システムに代わり、その高メンテナンス性を買われて、誘導電動機のベクトル制御システムが多くの分野で広く利用されている。その制御には比較的複雑なアルゴリズムを必要とする

が、これらを CPU を利用したデジタル方式で処理することにより、低価格ながら高性能な製品の供給が可能となっている。しかし、その一方で、デジタル方式であるがゆえに、サンプリング時間の採り方次第でシステムの安定性が左右されるという問題が生じてくる ([24] ~ [31])。熾烈な低価格競争のなかで、性能に余裕が少ない安価な CPU を採用し、盛り沢山の機能を実現させようとすれば、サンプリング時間をできるだけ長めに設定したいという要求が生じてくる。したがって、個々のシステムに応じて、許容される最長のサンプリング時間を把握することは、設計上の重要な課題となる。

これらのシステムの安定判別を含む動作解析には、一般に数値積分による非線形微分方程式の解法を利用したシミュレーション・ツールを利用することができる。PSPICE や PSIM などを利用すれば、PWM のスイッチングの影響まで含んだシミュレーションも可能である。しかし、これらの方法では、多くのパラメータ変化の影響まで確認しようとすると、検討に多大な時間を要するので必ずしも効率的とはいえず、より実用的な検討方法が望まれていた。

誘導電動機のインバータ可変速駆動システムとしては、上記のベクトル制御のほかに、V/f 制御も用いられる。速応性や精度が要求されるサーボモータや製鉄・製紙プラントのドライブシステムには前者が採用されるが、流量制御を始めとする速応性や精度を要しない一般的な工業分野では、標準モータの適用が可能な後者の方式が圧倒的多数採用されている。この V/f 制御のインバータ駆動誘導電動機システムにおいては、インバータの正負アーム短絡防止時間（以下 T_d と略記する）の存在により、モータの運転が不安定になるという問題が現れることがある。ただし、この問題は、PWM のアルゴリズムに T_d の影響をキャンセルするような工夫を施すことにより解決されることが多いため、既に解決済みの問題と捉えられている傾向もある。

しかし、この不安定現象の発生メカニズムについては既にいくつかの解析結果が報告されている ([35][36]) もの、次のような疑問点も残されている。

- (1) 理論の検証は一種類のモータで実験的に行われているだけであり、一般性についての確認が十分ではない。
- (2) 検討対象として採用されたシステムのモータが、単体でもやや不安定ぎみのものであり、インバータによる不安定現象との区別が明確とは言えない。
- (3) コンバータの特性の扱い方と、その特性と安定性との関係についての検討が曖昧である。
- (4) コンバータの等価回路や鉄損・磁気飽和まで導入した複雑なモデルを使用しており、 T_d 付きインバータ単独での基本特性の把握が十分ではない。
- (5) この理論だけでは説明がつかない不安定現象も稀に見られる。

これらの疑問を解消し、より汎用性のある理論づけを行うためには、更なる検討が必要と考えられる。

1.2 本論文の概要

本論文では、前節で述べた背景を踏まえて不安定問題の解決に当たるため、全体の研究内容を大きく 4 つに分け、それぞれに 1 つの章を割り当てている。これらの前後に緒論と結論の章を加え、全 6 章の構成となっている。各章の内容は以下の通りである。

第 1 章では、本論文の緒論として、パワーエレクトロニクスの進歩を概観し、その進歩のためには多くの問題解決が必要であったことを示している。これらの解決すべき諸問題の中から、特に不安定問題をピックアップして検討することを述べ、これらの具体的な背景と解決の必要性を詳しく示している。また、本論文の構成を説明している。

第 2 章では、ブスバーインダクタンスの簡易計算法の提案とその解析例、および寄生共振現象の解析への応用について述べている。まず第 2.1 節で、ブスバーインダクタンス計算の準備として、ブスバーの基本構成要素としての細線のインダクタンスの計算法を示し、近似誤差も明確にしている。次に第 2.2 節では、1 本のブスバーや、2 本ないし 3 本の平行ブスバーのインダクタンスの計算法と解析例を示している。ここで、特に 2 本のブスバーの相互現象を基本特性として重点的に考察し、これらのデータから実際の機器に応用できるインダクタンス計算法への指針を得ている。そして第 2.3 節で、実用レベルの複雑な構造のブスバーインダクタンスの計算法と解析結果を述べ、さらにこれを応用した 3 レベルインバータの寄生共振現象の解析を行い、実験結果との比較検討から共振点の正確な予測が可能であることを示している。

第 3 章では、チョッパインバータ・システムにおいて、インバータ負荷としてモータや抵抗器も含め、全てのブロックを同時に考慮した安定性について、負性抵抗特性との関係を明瞭にしながら、根軌跡法を用いて考察する。その際、システムを安定化するための 3 つの対策を考え、詳細なシミュレーション解析との比較検討を踏まえて、安定な制御系設計のための新しい指針を得る。まず第 3.1 節で不安定の原因について簡潔に述べ、第 3.2 節で実際のシステムの構成の説明と対策方法の提案を行ったうえで、系の状態方程式を導出する。この式をもとに第 3.3 節ではメッシュ状の 2 パラメータによる根軌跡を示し、各種対策案の安定化効果を吟味する。最後に第 3.4 節で非線形シミュレーションの結果を示し、根軌跡による安定判別の結果と良く一致することを示す。

第 4 章では、電圧形インバータで駆動される誘導電動機のデジタルベクトル制御システムについて 3 つの数学的モデルを提案し、各モデル相互間で安定性の比較を行っている。これらのモデルは状態方程式の形で表現されているので、安定性解析だけでなく、過渡応答の計算にも利用が可能である。まず、第 4.1 節で検討対象のベクトル制御システムについて概説している。次に、第 4.2 節では、最も簡単で利用が容易なデジタル RL モデル、第 4.3 節では、より詳細ではあるが、座標軸の回転だけは連続系のまま扱っているデジタル $d-q$ モデル、第 4.4 節では、座標軸の回転にも離散化を考慮したデジタル $\alpha-\beta$ モデルをそれぞれ提案し状態方程式を導出している。さらに、第 4.5 節では、これらの式をもとに z 平面上で根軌跡を求め、各モデルの特性を吟味するとともに、PWM のスイッチングを詳細に考慮した厳密解析との比較についても論じている。

第 5 章では、インバータの短絡防止時間の影響を総合的に検討するために、関連するモータやコンバータの単体特性の再検討を行ったうえ、従来はあまり考慮されることがなかったモータ電流のリプルやパワー素子の順電圧降下の影響まで考慮したインバータ駆動誘導電動機の状態方程式を導出し、それぞれの要因の安定性への影響について理論的に予測した。まず、第 5.1 節では、モータ単体でも不安定となるモータ定数の組み合わせを定量的に明示し、インバータドライブに起因する不安定現象との区別を可能にする。次に、第 5.2 節では、従来、扱いが曖昧だったコンバータの特性を明確にし、コンバータも含んだインバータ全システムとしての安定性評価の信頼性を上げる。さらに、第 5.3 節では、従来は複雑化する傾向にあった検討モデルを、ここでは、理想直流電源 + T_d 付インバータ + 理想誘導電動機という最小単位に選び、 T_d の影響をより純粹に評価する。

第 6 章では、本論文の結論として、各種不安定現象についての研究の成果を簡潔に述べ、残された課題について触れるとともに今後の展望についても言及する。

第2章 インバータDCリンクの寄生共振の解析

2.1 インダクタンス計算の基本

2.1.1 問題の設定と仮定

通常，大容量機器内のブスバーの配置は，鉛直方向，盤面に平行な水平方向，盤の側面に平行な水平方向の3種類に限定されることが多い。これらは互いに直交関係にあることから，ブスバーに断面積があることを考慮しても，3方向のブスバー間の相互誘導は極めて小さく，無視することができる。したがって，ブスバー間の相互作用については，同一方向に配置されたブスバー群内だけで考慮しておけば，機器内の現象はほぼ正確に把握できることになる。そこで基本は，相互に平行関係にあるブスバーのインダクタンスの計算となる。

この計算にあたり以下の仮定を設ける。

① ブスバー内では，すべての電流は長さ方向の中心軸に沿って平行に流れる。

② ブスバーの中心軸に直交する任意の断面において，面内の電位は等しい。

異なる幅のブスバー同士の接続部分や，長さが極端に異なる2本のブスバーを平行配置した場合などには，上記の仮定①は厳密には満足されないが，多くの場合，実用的には十分に受け入れ可能と考えられる。これが満足できない場合でも，1本のブスバーを長さ方向に適度に分割して考えることによって，仮定条件に近似させることも可能である。なお，仮定①が成立すれば，ブスバーの断面に平行な電流は存在しないことから，仮定②は派生的に導かれる。

上記の仮定①に基づき，図2.1に示すように，各ブスバーは小さな同一正方形断面を持った細線の集合であると考ええる。この細線内では表皮効果の影響は無視して電流密度は一様であるものとし，これらの抵抗値，自己インダクタンス値，および多数の細線間の相互インダクタンス値を合成することにより，元のブスバーの高周波におけるインダクタンスおよび抵抗を求める。

2.1.2 細線の自己インダクタンスと抵抗

自己インダクタンス L は次式で定義される。

$$L = \frac{\iiint_v \mathbf{A} \cdot \mathbf{i} \, dv}{I^2} \quad (2.1)$$

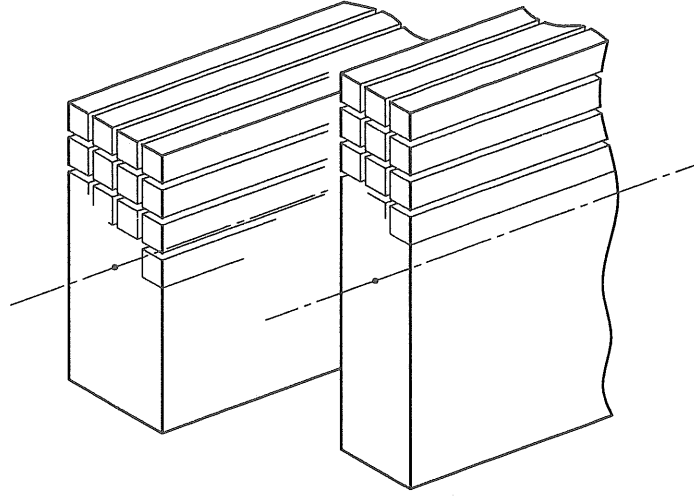


図 2.1: ブスバーの細線への分割

$$\mathbf{A} = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_v \frac{\mathbf{i}}{r_l} dv \quad (2.2)$$

ただし、 \mathbf{i} : 電流密度、 I : 導体の全電流、 v : 導体の全体積、 \mathbf{A} : \mathbf{i} の分布状態により決まるベクトル・ポテンシャル、 μ : 透磁率、 r_l : 各微小体積要素 dv から \mathbf{A} の定義点までの距離。

各細線内の電流密度は一樣と仮定しているので、ブスバー系が比透磁率 1 の空間中にあれば、その自己インダクタンスは (2.1), (2.2) 式から次のように表現できる。

$$L = \frac{\mu_0}{4\pi} \cdot \frac{1}{S^2} \iiint_S \iiint_S \int_l \int_l \frac{1}{\sqrt{q^2 + (l_1 - l_2)^2}} dl_1 dl_2 dS_1 dS_2 \quad (2.3)$$

ただし、 μ_0 : 真空中の透磁率、 S : 細線の断面積、 l : 細線の長さ、 l_1, l_2 : 2つの微小体積要素の長さ方向の位置、 q : 2つの微小体積要素間の長さ方向の距離。(図 2.2 参照)

(2.3) 式中の l_1, l_2 についての積分を実行すると次式を得る。なお、式中では、 $(l_1 - l_2)/q = g_1$ 、 $(l - l_2)/q = g_2$ 、 $-l_2/q = g_3$ とおき、 $\sinh^{-1} g = \log(g + \sqrt{g^2 + 1})$ なる公式を利用して

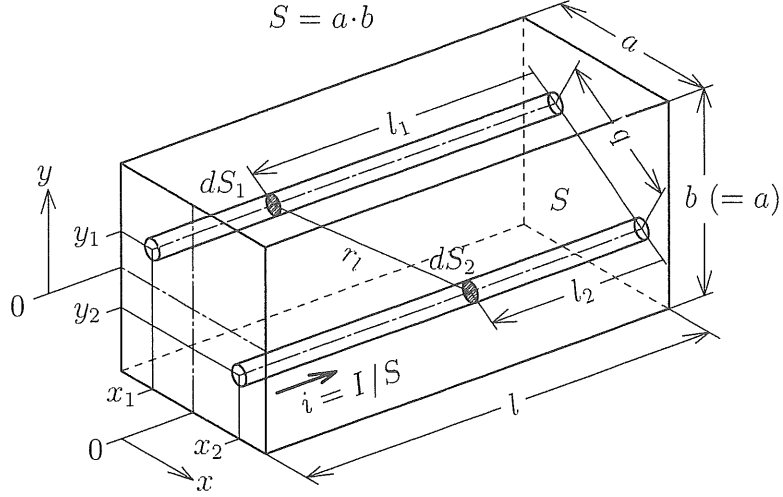


図 2.2: 細線の詳細

いる。

$$\begin{aligned}
 \int_0^l \int_0^l \frac{1}{\sqrt{q^2 + (l_1 - l_2)^2}} dl_1 dl_2 &= \int_0^l \int_{-\frac{l_2}{q}}^{\frac{l-l_2}{q}} \frac{1}{\sqrt{1 + g_1^2}} dg_1 dl_2 \\
 &= \int_0^l \left[\sinh^{-1} g_1 \right]_{-\frac{l_2}{q}}^{\frac{l-l_2}{q}} dl_2 = -q \int_{\frac{l}{q}}^0 \sinh^{-1} g_2 dg_2 + q \int_0^{-\frac{l}{q}} \sinh^{-1} g_3 dg_3 \\
 &= q \left\{ - \left[g_2 \sinh^{-1} g_2 - \sqrt{1 + g_2^2} \right]_{\frac{l}{q}}^0 + \left[g_3 \sinh^{-1} g_3 - \sqrt{1 + g_3^2} \right]_0^{-\frac{l}{q}} \right\} \\
 &= q \left\{ 2 \frac{l}{q} \sinh^{-1} \frac{l}{q} + 2 - 2 \sqrt{1 + \left(\frac{l}{q} \right)^2} \right\} \\
 &= 2l \left[\log \left\{ \frac{l}{q} + \sqrt{\left(\frac{l}{q} \right)^2 + 1} \right\} + \frac{q}{l} \left\{ 1 - \sqrt{\left(\frac{l}{q} \right)^2 + 1} \right\} \right] \quad (2.4)
 \end{aligned}$$

これを (2.3) 式に代入すると次式が得られる。

$$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi S^2} \iiint_S \iiint_S \left[\log \left\{ \frac{l}{q} + \sqrt{\left(\frac{l}{q} \right)^2 + 1} \right\} + \frac{q}{l} \left\{ 1 - \sqrt{\left(\frac{l}{q} \right)^2 + 1} \right\} \right] dS_1 dS_2 \quad (2.5)$$

ここで、 $l/q \gg 1$ と仮定すると、(2.5) 式は次のように簡略化できる。

$$\begin{aligned} L &= \frac{\mu_0 l}{2\pi S^2} \iint_S \iint_S \left(\log \frac{2l}{q} - 1 \right) dS_1 dS_2 \\ &= \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\log \frac{2l}{R} - 1 \right) \end{aligned} \quad (2.6)$$

ただし、 R は細線の断面形状によって決まる幾何学的平均距離であり、次式で示される。

$$\log R = \frac{1}{S^2} \iint_S \iint_S \log q dS_1 dS_2 \quad (2.7)$$

各辺の長さが a, b の長方形の面積自身の幾何学的平均距離は次式により計算できる (x_1, x_2 は a 方向の、 y_1, y_2 は b 方向の、微小面積要素 dS_1, dS_2 の位置を示す変数である)。なお、本式の詳細な導出過程については付録 A に示している。

$$\begin{aligned} \log R &= \frac{1}{a^2 b^2} \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} \log \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \\ &= \frac{1}{2} \log(a^2 + b^2) - \frac{25}{12} \\ &\quad - \frac{1}{12} \left[\left(\frac{a}{b} \right)^2 \log \left\{ 1 + \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right\} + \left(\frac{b}{a} \right)^2 \log \left\{ 1 + \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right\} \right] \\ &\quad + \frac{2}{3} \left(\frac{b}{a} \tan^{-1} \frac{a}{b} + \frac{a}{b} \tan^{-1} \frac{b}{a} \right) \end{aligned} \quad (2.8)$$

今回は細線の断面を正方形と仮定しているので、(2.8) 式で $a = b$ と置いて、その R を (2.6) 式に代入すると、細線の自己インダクタンスは最終的に次のように表される。

$$L = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\log \frac{2l}{a} - \frac{1}{3} \log 2 + \frac{13}{12} - \frac{\pi}{3} \right) \quad (2.9)$$

ただし、 a : 細線の正方形断面の 1 辺の長さ。

ここで、(2.5) 式から (2.6) 式への簡略化により生ずる誤差について吟味しておく。(2.5) 式および (2.6) 式の 1 行目の式の被積分関数をそれぞれ $F_1(l/q)$, $F_2(l/q)$ とおき、被積分関数の近似誤差 $(F_2 - F_1)/F_1$ を計算してみると、 l/q の値が小さいほど誤差が大きくなる傾向が認められる。そこで l/q として、 $l/a = 20, 100, 1000$ のときの細線の最大外径 $q_{max} (= \sqrt{2}a)$ における l/q_{max} 値を代入して誤差を求めると、それぞれ $-2.9, -0.36, -0.023\%$ 程度となる。これより、インダクタンス値は最悪でも上記以下の誤差に抑え得ることが判断できる。さらに、 $q < q_{max}$ の積分領域においては、 $q = q_{max}$ のときよりも被積分関数の値が大きくなるのに対し、誤差の比率は逆に小さくなるので、実質的なインダクタンス誤差はより小さくなる。(2.5) 式および (2.6) 式を数値積分することにより、 $l/a = 20, 100, 1000$ に対し、 $-0.74, -0.10, -0.007\%$ 程度の誤差に収まることが確認できた。インダクタンスの計算のときに注意を要するのは、 L, M なる自己、相互インダクタンスを持つ、極めて接近した

2 本のブスバーの往復路合成インダクタンスを計算するような場合、それは $2(L - M)$ で与えられ、しかも $L \simeq M$ となることにより、合成インダクタンスは計算誤差の影響を非常に受け易くなる点である。したがって、それぞれの計算目的により、細線の分割の程度について配慮しておく必要がある。しかし、本稿で挙げているような一般の計算例では、 l/a は 100 程度あれば十分であろう。ただし、より高周波のシステムに適用する場合には、上記のインダクタンス誤差からの観点とは別に、細線内では表皮効果は無視できるという仮定を満足させるため、細線の太さは表皮効果の深さ $\sqrt{2\rho/(\omega\mu_0)}$ (ρ : ブスバー材料の体積抵抗率) より小さめに選ぶことが望ましい。特に、高周波における抵抗値の精度を重視する場合には、これが重要である。

この高周波抵抗値の計算の基本となる細線の抵抗は次式で表される。

$$r = \frac{\rho \cdot l}{a^2} \quad (2.10)$$

2.1.3 細線の相互インダクタンス

2 本の導体間の相互インダクタンス M は次式で与えられる。

$$M = \frac{\iiint_{v_1} \mathbf{A}_2 \cdot \mathbf{i}_1 dv_1}{I_1 I_2} \quad (2.11)$$

$$\mathbf{A}_2 = \frac{\mu}{4\pi} \iiint_{v_2} \frac{\mathbf{i}_2}{r_l} dv_2 \quad (2.12)$$

ただし、 $\mathbf{i}_1, \mathbf{i}_2$: 導体 1, 2 の電流密度、 I_1, I_2 : 導体 1, 2 の全電流、 v_1, v_2 : 導体 1, 2 の全体積、 $\mathbf{A}_2: \mathbf{i}_2$ の分布状態により決まる導体 1 内のベクトル・ポテンシャル、 r_l : 微小体積要素 dv_1, dv_2 間の距離。

(2.11) 式に (2.12) 式を代入すると、

$$M = \frac{\mu}{4\pi I_1 I_2} \iiint_{v_2} \iiint_{v_1} \frac{\mathbf{i}_1 \cdot \mathbf{i}_2}{r_l} dv_1 dv_2 \quad (2.13)$$

2 本の細線は平行に配置されて比透磁率が 1 の空間中にあり、その太さが無視できるほど細いと仮定すると、(2.13) 式は次のように表現できる。

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{l_2} \int_{l_1} \frac{dl_1 dl_2}{r_l} \quad (2.14)$$

ただし、 l_1, l_2 : 細線 1, 2 の長さ、 r_l : 細線 1, 2 の各微小線分要素 dl_1, dl_2 間の距離。

2 本の細線の相対位置関係を $c, d (\geq 0)$ を用いて図 2.3 のようにとると、(2.14) 式は下記となる。

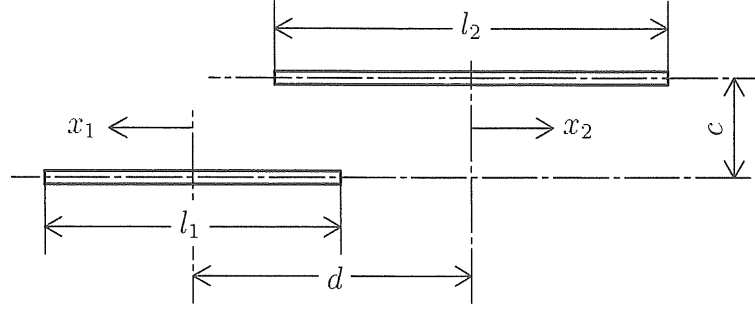


図 2.3: 2 本の細線の位置関係

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-l_2/2}^{l_2/2} \int_{-l_1/2}^{l_1/2} \frac{dx_1 dx_2}{\sqrt{c^2 + (x_1 + x_2 + d)^2}} \quad (2.15)$$

これを (2.4) 式に準じて積分すると次式を得る。

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} \sum_{n=1}^4 (-1)^n \left\{ D_n \log \left(D_n + \sqrt{D_n^2 + c^2} \right) - \sqrt{D_n^2 + c^2} \right\} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし, } D_1 &= l_1/2 - l_2/2 + d \\ D_2 &= l_1/2 + l_2/2 + d \\ D_3 &= -l_1/2 + l_2/2 + d \\ D_4 &= -l_1/2 - l_2/2 + d \end{aligned}$$

同一ブスバー内で頻繁に現れる $d = 0, c \neq 0, l_1 = l_2 = l$ なる条件下では、上式はさらに次のように簡略化できる。

$$M = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left\{ \log \frac{l + \sqrt{l^2 + c^2}}{c} - \sqrt{1 + \left(\frac{c}{l}\right)^2} + \frac{c}{l} \right\} \quad (2.17)$$

これらの式は、細線の間隔として単に中心間距離 c を用いるだけで良く計算が容易である。 c が大きい場合には、細線の面積を無視して電流が中心部に集中していると考えても問題がないことは容易に推察できる。しかし、 c が小さい場合には細線の面積を無視するには相応の評価をしておく必要がある。上記の計算方法のほかに、(2.13) 式を (2.3) 式以下と同様に変形して行く方法もある。この場合、2 本の細線が同一長で $d = 0$ の平行状態にあると仮定すると、2 つの細線の断面積同士の幾何学的平均距離 R' として、(2.7) 式と類似の次式が得られる。

$$\log R' = \frac{1}{S_1 S_2} \iint_{S_2} \iint_{S_1} \log q \, dS_1 dS_2 \quad (2.18)$$

ただし, S_1, S_2 : 細線 1, 2 の断面積, q : S_1 内の微小面積要素 dS_1 と, S_2 内の微小面積要素 dS_2 間の距離。

この R' を使用することにより, 細線間の相互インダクタンス M は, (2.6) 式と同様に次のように計算することができる。

$$M = \frac{\mu_0 l}{2\pi} \left(\log \frac{2l}{R'} - 1 \right) \quad (2.19)$$

一方, $l/c \gg 1$ が十分に満足されている条件下であれば, (2.17) 式は (2.19) 式の R' を c と置き換えた形に変形される。したがって, (2.19) 式の R' として近似法では c を, より厳密な方法では R' を用いるという差になる。後者の方が原理に忠実ではあるが, 細線の相対位置関係ごとに R' の計算が必要であり手順が複雑となる。基準細線の周辺の各種位置での両方式間の距離の誤差 $(c - R')/R'$ の値は, 数値積分で求めた R' より, 図 2.4 に示すようになる。細線間隔が離れるに従い急激に減少するが, 隣接細線間では -0.65%

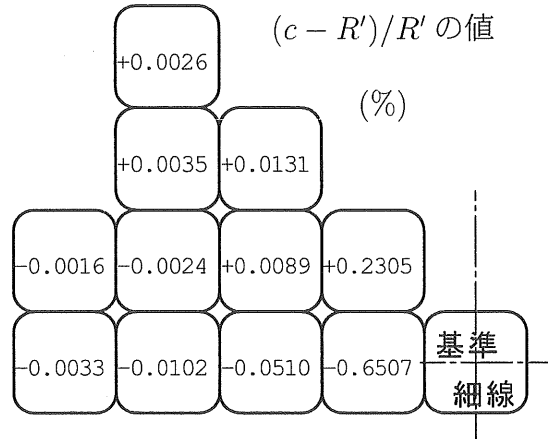


図 2.4: 細線間距離の誤差

程度の誤差が存在する。しかし距離 R' の誤差が相互インダクタンス M の誤差に与える影響の度合 $(\Delta M/M)/(\Delta R'/R')$ は, (2.19) 式から求めた dM/dR' を利用して計算すると $-1/\{\log(2l/c) - 1\}$ となり, ここで検討対象としている隣接細線近傍の実用的条件下では 1 以下の値となる。 $l/a = 100$ の構成における隣接細線間では $l/c = 100$ であり, この値は -0.23 となって, 誤差は $+0.15\%$ 程度の小さな値にまで圧縮される。したがって, 計算が容易な (2.16), (2.17) 式を用いても実用上問題になることは少ないと考えられる。

2.2 ブスバーインダクタンスの基本特性

2.2.1 解析方法

2.2.1.1 ブスバーが 1 本の場合

1 本のブスバーを n 本の細線に分割すると、その導体内での回路方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\omega L + r & j\omega M_{12} & j\omega M_{13} & \cdots & j\omega M_{1n} \\ j\omega M_{21} & j\omega L + r & j\omega M_{23} & \cdots & j\omega M_{2n} \\ j\omega M_{31} & j\omega M_{32} & j\omega L + r & \cdots & j\omega M_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ j\omega M_{n1} & j\omega M_{n2} & j\omega M_{n3} & \cdots & j\omega L + r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

ただし、 V_i : 細線の両端の電位差、 I_i : 細線の電流、 ω : V_i, I_i の角周波数、 L : 細線の自己インダクタンス、 M_{ij} : 細線 i, j 間の相互インダクタンス、 r : 細線の抵抗。

(2.20) 式を簡略化して次式のように表すものとする。

$$\mathbf{V} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{I} \quad (2.21)$$

(2.16) 式で l_1 と l_2 を入れ替えても M の値が変わらないことから分かるように、 $M_{ij} = M_{ji}$ ゆえ、 \mathbf{Z} は対称行列となる。 \mathbf{Z} の逆行列を \mathbf{Y} とし、前掲の仮定②より、 $V_1 \sim V_n$ はすべて等しいことを考慮し、これを V と置いて \mathbf{I} を求めると、

$$\mathbf{I} = \mathbf{Z}^{-1} \cdot \mathbf{V} = \mathbf{Y} \cdot \mathbf{V} = \mathbf{Y} \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \cdot V = \begin{bmatrix} \sum_{j=1}^n Y_{1j} \\ \sum_{j=1}^n Y_{2j} \\ \vdots \\ \sum_{j=1}^n Y_{nj} \end{bmatrix} \cdot V \quad (2.22)$$

したがって、ブスバーの全電流 I_T は、

$$I_T = \sum_{i=1}^n I_i = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Y_{ij} \right) \cdot V \quad (2.23)$$

これより、ブスバーとしての回路定数、すなわち、自己インダクタンス L と抵抗 R は、

$$\left. \begin{aligned} Z &= V/I_T = 1 / \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Y_{ij} \\ L &= \text{Im}(Z) / \omega \\ R &= \text{Re}(Z) \end{aligned} \right\} \quad (2.24)$$

ただし, $\text{Im}, \text{Re} : ()$ 内の変数の虚数部, 実数部。

なお, 与えられた全電流 I_T に対応する V を上式より算出して (2.22) 式に代入することにより, 各細線の電流, すなわち, 表皮効果を含んだブスバー内の電流分布を計算することもできる。

2.2.1.2 ブスバーが 2 本の場合

2 本のブスバー 1,2 が存在する場合の回路方程式は次のように表現できる。

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

ここで, ブスバー 1,2 はそれぞれ m, n 分割されているものとする, V_1, I_1 および V_2, I_2 はブスバー 1,2 内の全細線の電圧と電流を表す m 行および n 行のベクトル, Z_{11}, Z_{22} はブスバー 1,2 の (2.21) 式の Z に相当する m 行 \times m 列, n 行 \times n 列の対称行列, Z_{12}, Z_{21} はブスバー 1,2 相互間の細線の電圧と電流の関係を表す m 行 \times n 列, n 行 \times m 列の下記の行列である。

$$Z_{12} = \begin{bmatrix} j\omega M_{11} & j\omega M_{12} & \cdots & j\omega M_{1n} \\ j\omega M_{21} & j\omega M_{22} & \cdots & j\omega M_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ j\omega M_{m1} & j\omega M_{m2} & \cdots & j\omega M_{mn} \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

$$Z_{21} = Z_{12}^T \quad (2.27)$$

各小行列の特性から, (2.25) 式の合成インピーダンス行列も対称行列となり, その逆行列も対称行列となる。この逆行列を Y と置き, さらにブスバー 1,2 に前掲の仮定②を適用すると, 各細線の電流は次式により求められる。

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = Y \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{1} \cdot V_1 \\ \mathbf{1} \cdot V_2 \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

ただし, $\mathbf{1}$: 全要素が 1 の m 行あるいは n 行の列ベクトル, V_1, V_2 : ブスバー 1,2 の両端の電位差。

それぞれのブスバーの全電流 I_{T1}, I_{T2} は, ブスバーが 1 本の場合と同様にして,

$$\begin{bmatrix} I_{T1} \\ I_{T2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m Y_{ij} & \sum_{i=1}^m \sum_{j=m+1}^{m+n} Y_{ij} \\ \sum_{i=m+1}^{m+n} \sum_{j=1}^m Y_{ij} & \sum_{i=m+1}^{m+n} \sum_{j=m+1}^{m+n} Y_{ij} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

これを V_1, V_2 について解くと次式のように表される。

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{T1} \\ I_{T2} \end{bmatrix} \quad (2.30)$$

ただし, $z_{11}, z_{12}, z_{21}, z_{22}$: (2.29) 式中の行列を逆行列に変換して得られた各要素。

(2.29) 式中の行列の 2 つの非対角要素は, 転置関係にある小行列の全要素をそれぞれ合計したものゆえ等しく, したがって z_{12} と z_{21} も等しい。また, 各 z とも, ブスバーの構造と材質に関する情報だけを含む行列から変換して得られたものであり, 実際に流れる電流の影響は受けない。(2.1), (2.2), (2.11), (2.12) 式は, 体積を有する導体のインダクタンスの値はその内部の電流分布の影響を受けることを示している。しかし上記の結果から, 周波数が一定であれば, 高周波の表皮効果が現れる状態でも, ブスバーとして巨視的に見たシステムではその回路定数は全電流の影響は受けず, 常に線形性を保っていることが確認できる。

与えられた電流 I_{T1}, I_{T2} から, (2.30) 式により V_1, V_2 を計算して (2.28) 式に代入すれば, ブスバー 1,2 内の電流分布を求めることができる。また, (2.30) 式の各 z を用い, 2 本のブスバーに関する回路定数が求められる。ここで興味深いのは, z_{12} と z_{21} は純虚数ではなく, 実数部をも含むことである。この効果により, 2 本のブスバーを使用して並列路を構成する場合 (各ブスバーの電流は同一方向に流れる) と, 往復路を構成する場合 (各ブスバーの電流は逆向きに流れる) では, 1 ブスバーあたりの実効抵抗が異なるなどの現象が見られる。この実数部をここでは「相互抵抗」と呼ぶことにする。ブスバー 1,2 の自己インダクタンス L_1, L_2 , 抵抗 R_1, R_2 , ブスバー 1,2 間の相互インダクタンス M_{12}, M_{21} , 相互抵抗 R_{12}, R_{21} は, それぞれ次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} L_1 &= \text{Im}(z_{11})/\omega \\ L_2 &= \text{Im}(z_{22})/\omega \\ R_1 &= \text{Re}(z_{11}) \\ R_2 &= \text{Re}(z_{22}) \\ M_{12} &= M_{21} = \text{Im}(z_{12})/\omega = \text{Im}(z_{21})/\omega \\ R_{12} &= R_{21} = \text{Re}(z_{12}) = \text{Re}(z_{21}) \end{aligned} \right\} \quad (2.31)$$

1 本あたりの実効抵抗は電流の向きによって, $R_1 + R_{12}$ (同一方向), あるいは $R_1 - R_{12}$ (逆方向) となるが, 後者の場合でも, この値が直流抵抗より低い値となることはなく, あくまで表皮効果による抵抗の増分に対して影響を与えるだけである。なお, 相互抵抗はブスバーの配置状態によっては負の値をとることもある。

2.2.1.3 ブスバーが 3 本以上の場合

ブスバーが 3 本以上に増えた場合も, 2 本の場合の手法を拡張して, システムを忠実に記述し, ブスバー間の各回路定数を求めることはできる。しかし, 行列のサイズが大き

なり、計算時間も長くなる。この問題点を解決するためには、ブスバーが3本以上になった場合には、線形性を利用して、2本同士の組み合わせに分解し、それぞれの組み合わせ状態で通電した場合の計算から各ブスバーの回路定数を求めることができれば都合がよい。しかし、2本以外の他のブスバーの全電流を0と仮定することは問題ないが、基本的には、本来存在するはずのブスバーまで排除した形で検討することは許されない。なぜなら、全電流が0でも、そのブスバー内に渦電流が流れて、他のブスバー内の電流分布、すなわち回路定数に影響を及ぼしているはずだからである。しかし、その影響の程度はまちまちであり、ほとんど無視できることも多い。したがって、実用的には、検討しようとするシステムにおいて考えられる少数の代表的なケースについて、3本以上のブスバーによる忠実な計算と、2本ずつに分解した場合の計算結果を比較し、その差を評価して問題ないことを確認したうえで、2本ごとの定数計算を採用するのが得策である。

2.2.2 解析結果

計算ツールとしては、行列計算に便利な MATLAB を用いた。実際の装置では、一方向のブスバー群内での各断面形状の関係は、直角あるいは平行を保ち整然と配置されるのが一般的である。これを利用してプログラムを組むことができるので、比較的規則性のある繰り返し計算で目的を達することができる。プログラムの大きさは250～300行程度である。細線数が400本程度の場合、133MHz-CPU、32MB-RAMのパソコンで、計算時間は約40秒/ケースである。断面構造に上下あるいは左右の対称性がある場合には、それを利用してプログラムすることで行列のサイズを縮小でき、処理可能な規模の拡張、あるいは計算時間の大幅な短縮が図れる。

図2.5に、断面形状6×60mm、長さ0.5mの1本のブスバーについて、計算結果の回路定数および瞬時電流分布の時間変化を示す。各細線の瞬時電流は(2.22)式から得られた電流の実効値 $|I_n|$ と位相 $\angle I_n$ から、 $\sqrt{2}|I_n|\sin(\omega t + \angle I_n)$ により求めている。図より、外縁部の電流が先行して変化しているのが分かる。1本のブスバーの電流分布について実験的に得られた結果の報告([17])に照らしても、本計算結果は妥当なものと判断できる。

図2.6の(a),(b)のように配置された1対のブスバーにおいて、片方の全電流が0、2本の電流が同一方向、および逆方向の各場合について、ブスバー内の電流分布と回路定数の計算値をそれぞれ図2.7～2.12に示す。なお、電流分布のグラフは、各細線の「実電流実効値/均等分流した場合の電流実効値」で表示している。このグラフの高さを2乗して、全断面積で平均した値は、「高周波抵抗/直流抵抗」の値と等しくなる。図2.7～2.9の例では、同一方向に電流が流れる場合は、相手のブスバーの全電流が0の場合に比較し表皮効果が助長され、逆方向に流れるときは表皮効果が抑制されているのが分かる。前者の方が「高周波抵抗/直流抵抗」すなわち実効抵抗が大きくなることは明白であり、前述の相互抵抗の作用を視覚的に解釈することができる。

ブスバーの各種の組み合わせにおける回路定数を検討してみると、高周波域での抵抗値の変化は著しくても、インダクタンス値はそれほど影響を受けない場合が多い。これは、

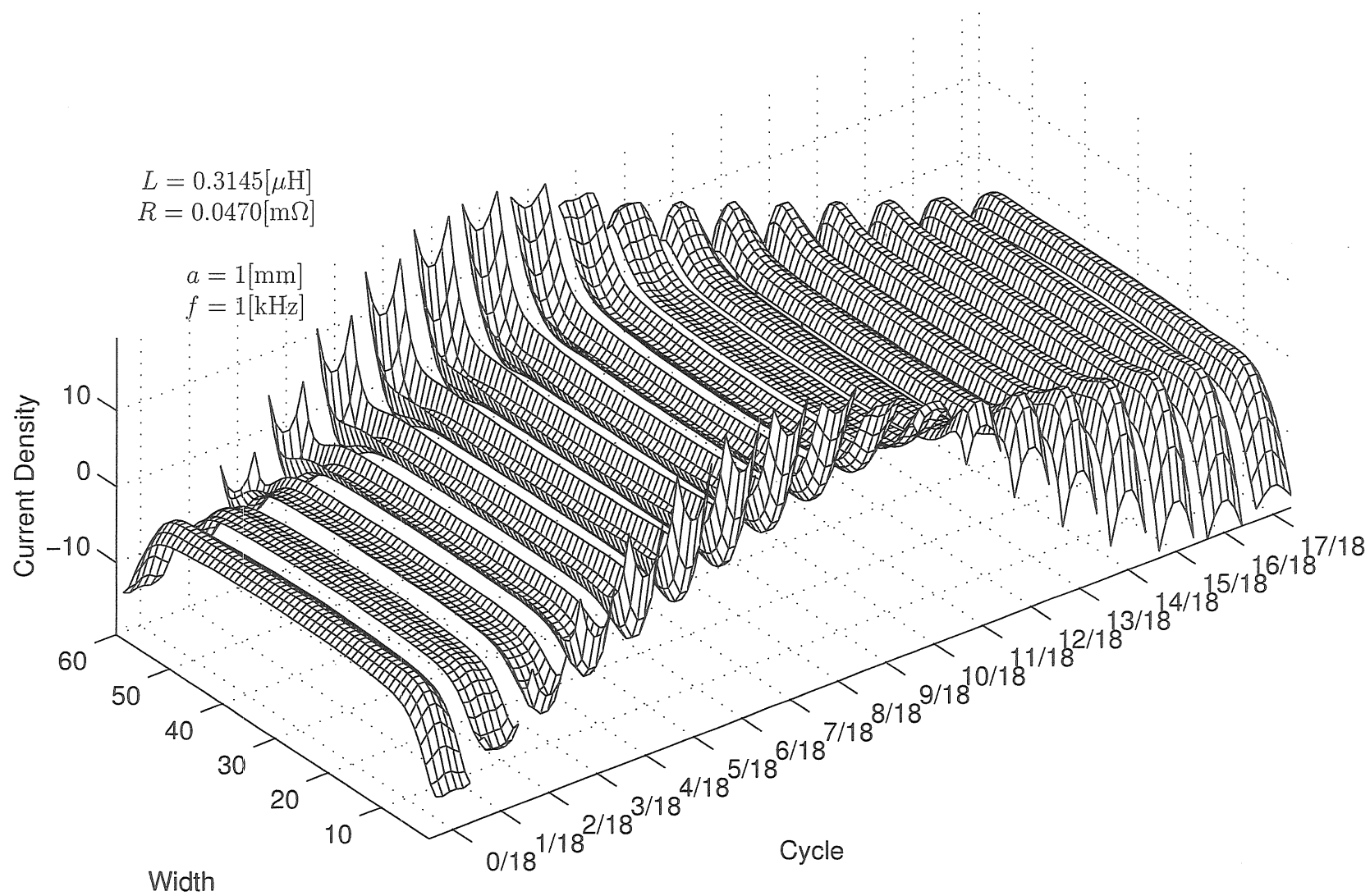


図 2.5: 1 本のバスバー内の瞬時電流分布の時間変化

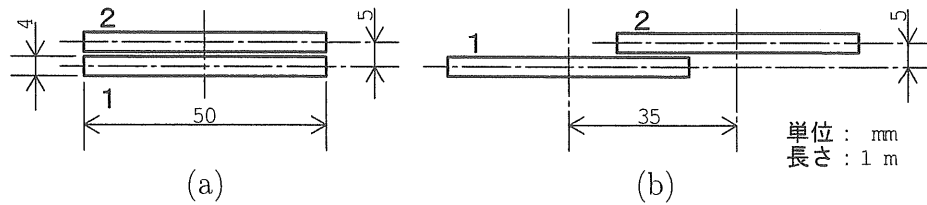


図 2.6: 2 本のブスバーモデルの断面図

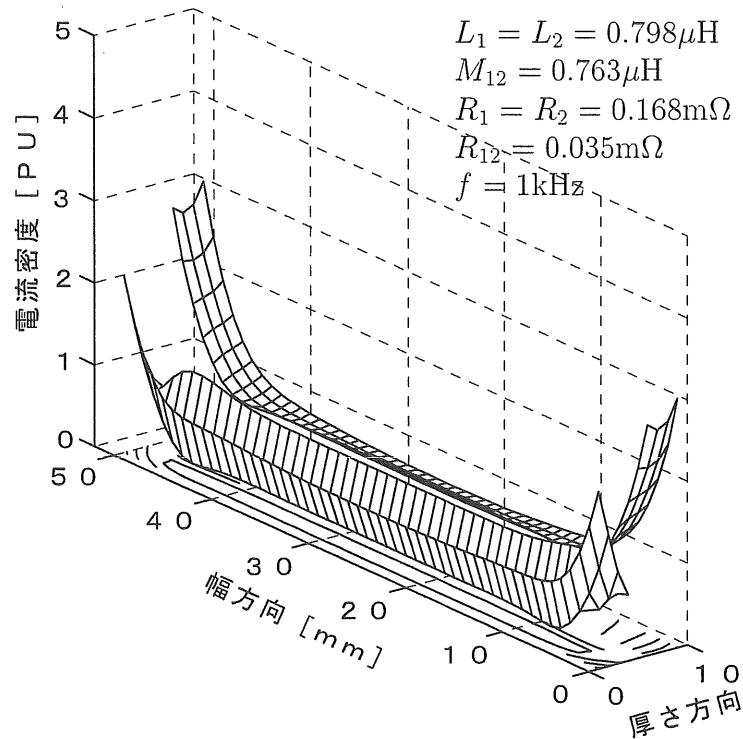


図 2.7: 2 本のブスバーの電流分布（配置 (a)，ブスバー 1 の電流 = 0）

表皮効果によって電流が最外縁部にほぼ対称に集まるのであれば、ブスバーの内部インダクタンス分が減少する程度の影響しか受けないからである。しかし、場合によっては、周波数による無視できないインダクタンス変化が見られることもある。図 2.6 の (a) と (b) のケースについて、周波数に対するインダクタンス値の変化を図 2.13 に示す。これによると (b) のケースでは、インダクタンス変化が比較的大きい。この原因は、やはり高周波における電流分布を見れば理解できる。(b) のケースの電流分布を表す図 2.10 ～ 2.12 では、対向するブスバーの全電流が 0 のときにも、(a) と比較して電流経路に非対称性が見られ、自己インダクタンスへの周波数の影響が比較的大きいことが予想できる。さらに、対向ブスバーに電流が流れているときには、その向きによって自ブスバーの電流経路が大幅に影響を受けており、相互インダクタンスの周波数による変化が大きいことも分かる。周波数によるインダクタンス変化が少ない構成の場合には、インダクタンスの概算値だけ

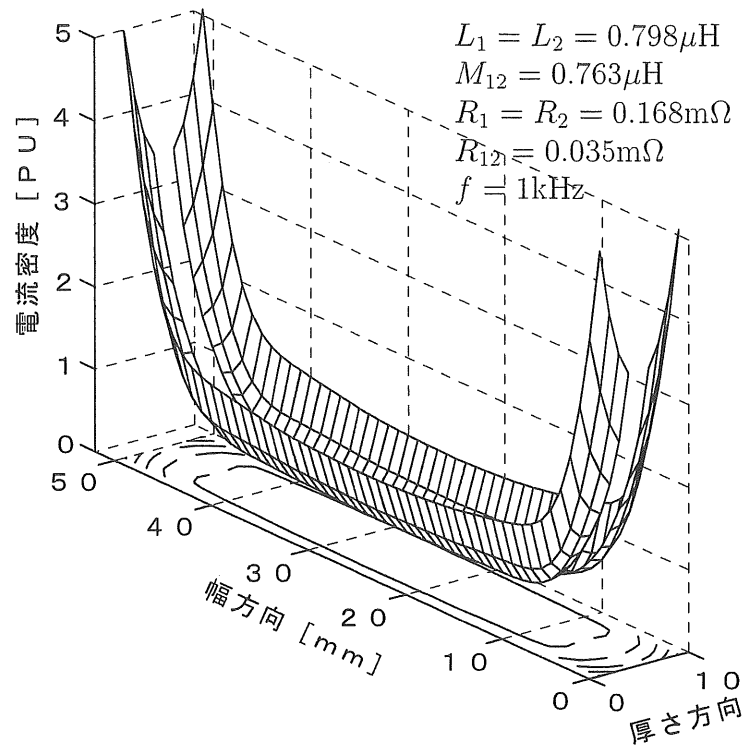


図 2.8: 2 本のブスバーの電流分布（配置 (a)，同方向電流）

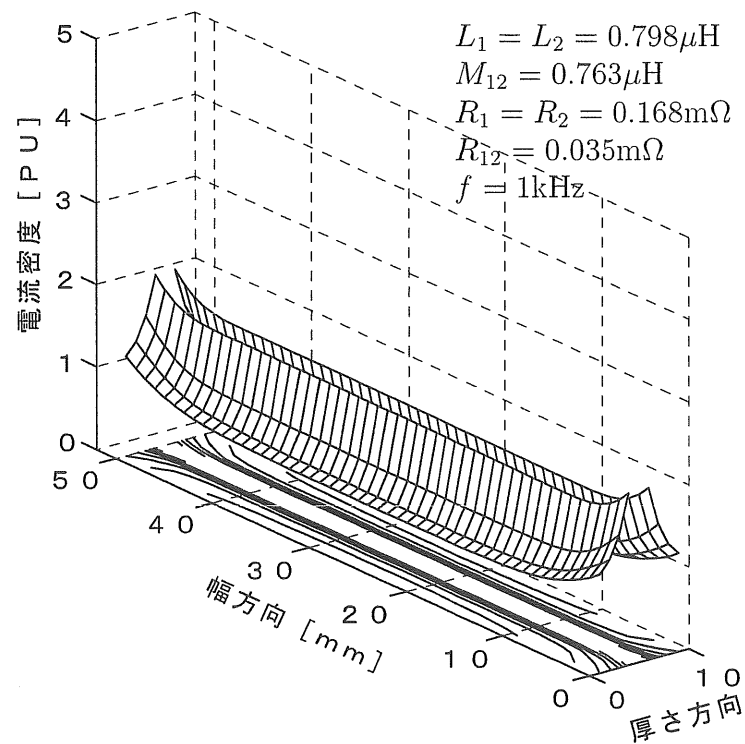


図 2.9: 2 本のブスバーの電流分布（配置 (a)，逆方向電流）

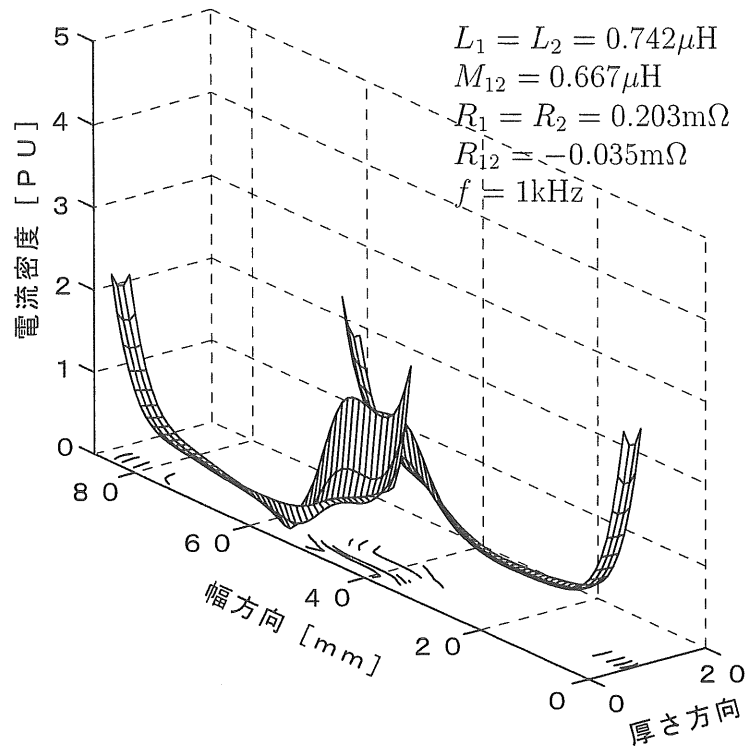


図 2.10: 2 本のブスバーの電流分布 (配置 (b), ブスバー 1 の電流 = 0)

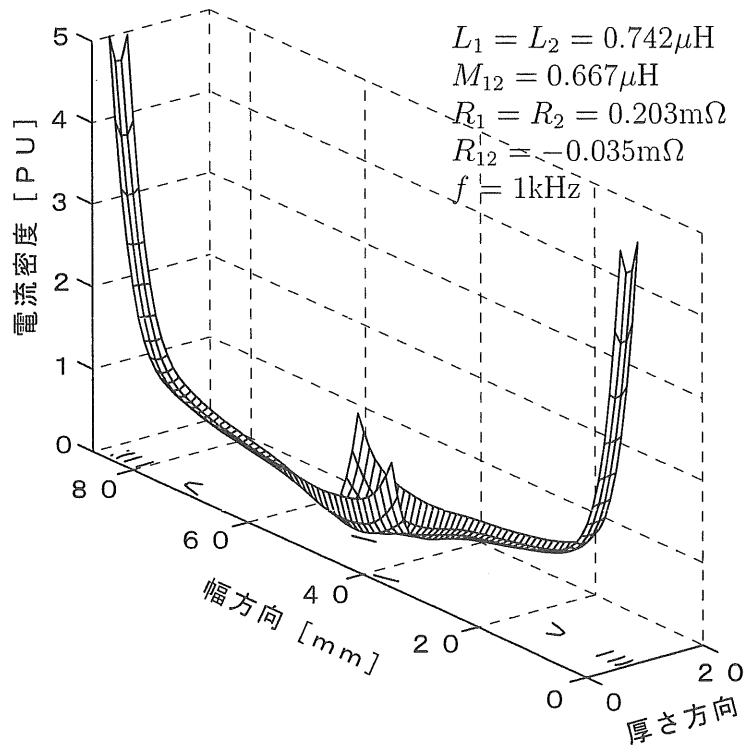


図 2.11: 2 本のブスバーの電流分布 (配置 (b), 同方向電流)

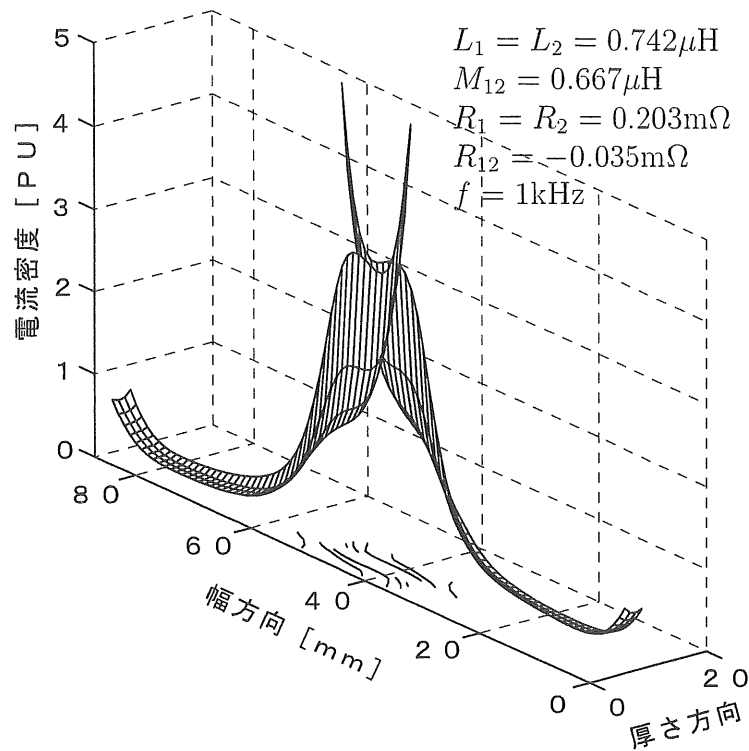


図 2.12: 2 本のブスバーの電流分布（配置 (b), 逆方向電流）

が必要であれば、完全な解析解が求められているブスバーの直流インダクタンス ([16]) で代用することも可能である。しかし、上記のような比較的大きなインダクタンス変化も存在する可能性と、直流インダクタンスの計算式も相当に複雑であることを考えると、精度を要する場合はもちろん、その他の場合でも、アルゴリズムが簡単な本稿の計算方法は手近なツールとして多用途に利用できるものと考えられる。

図 2.15 は、図 2.14 に示すような等間隔の 3 本のブスバーにおいて、その間隔を変化させた場合の忠実な計算方法によるインダクタンス値と、2 本のブスバーの組み合わせだけで計算したインダクタンス値を示している。ブスバーが厚く間隔も狭い場合には、2 本のブスバーだけの組み合わせで計算した値は、本来の値とはある程度の差異を持つ。しかし、応用例で述べる程度の厚さと間隔の場合には、両値にはほとんど差が無くなる分かる。

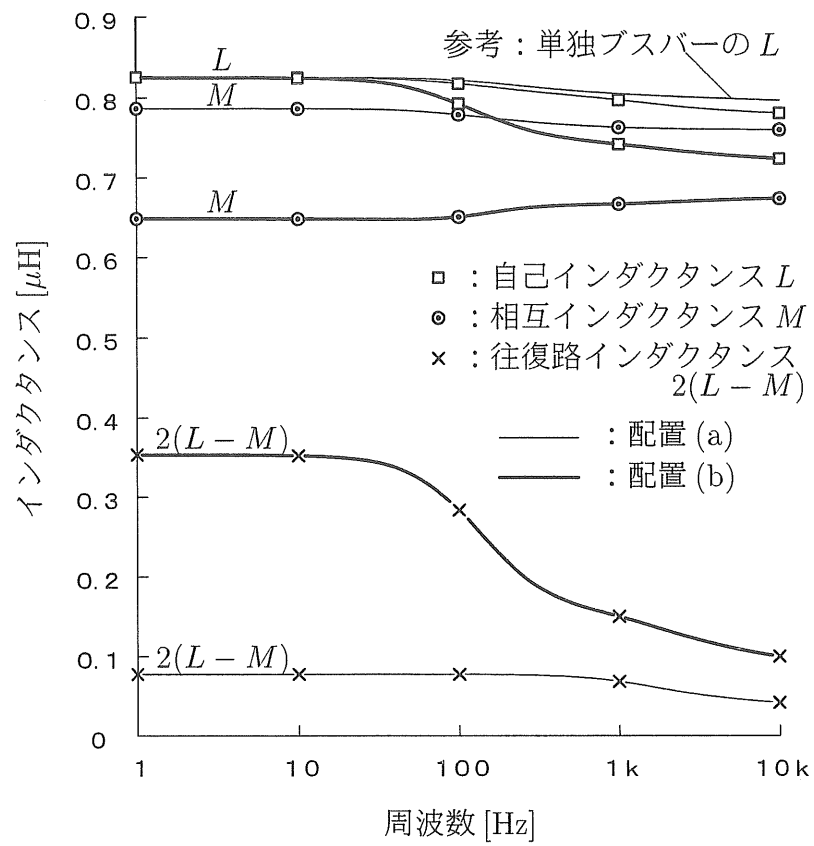


図 2.13: インダクタンスの周波数特性

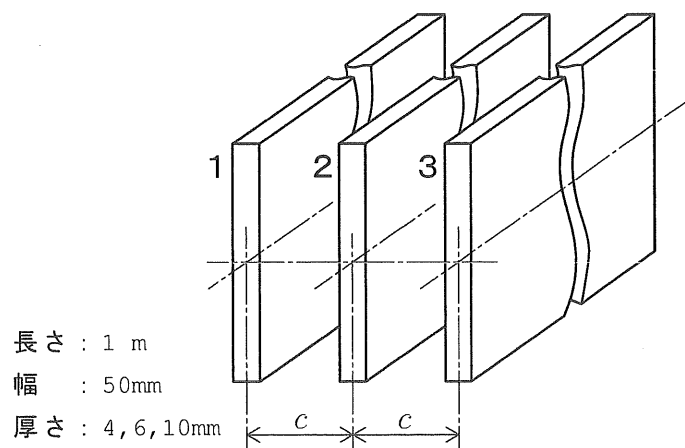


図 2.14: 3 本のブスバーモデル

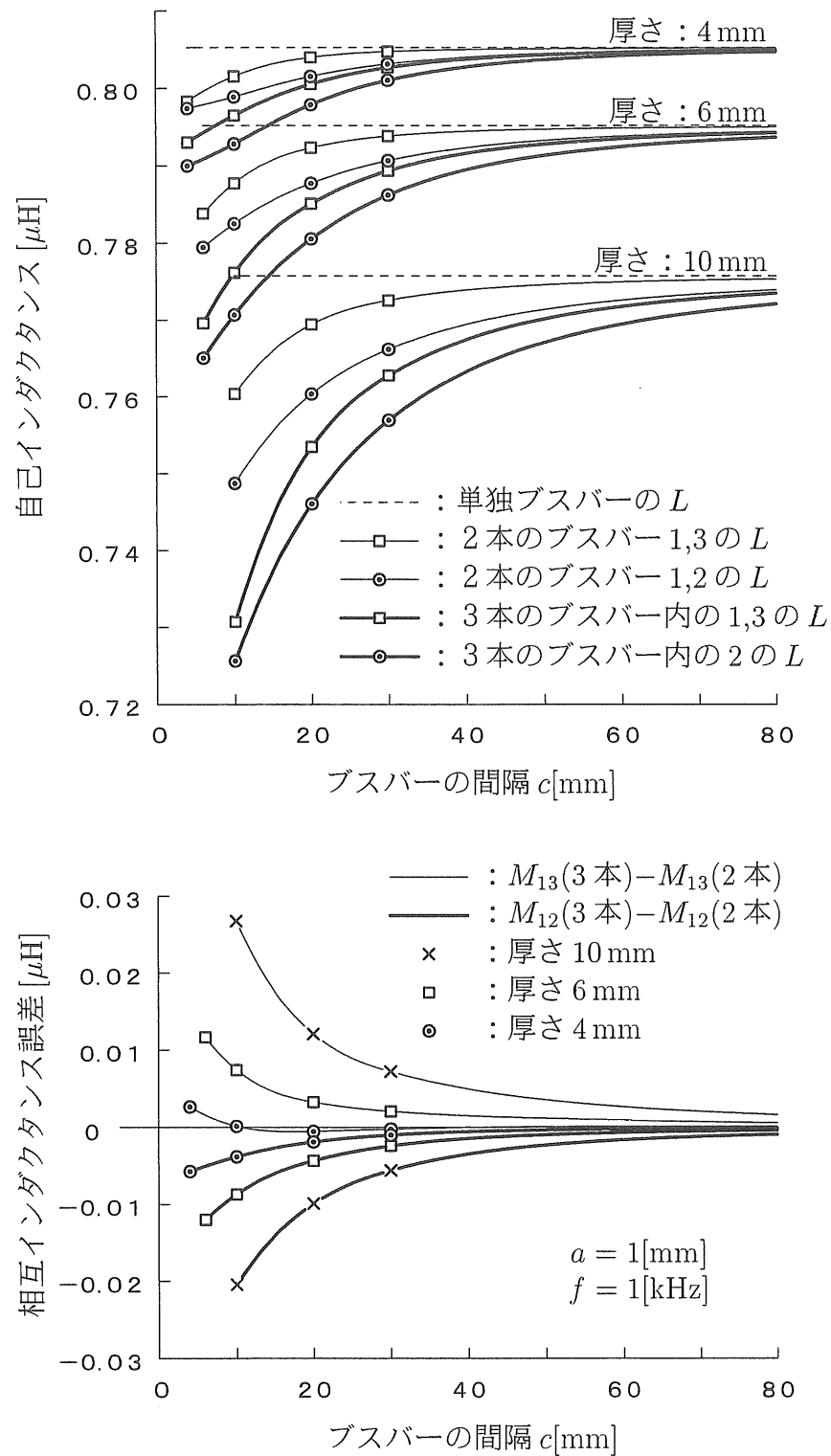


図 2.15: ブスバー本数によるインダクタンスの変化

2.3 DCリンクの寄生共振

今回、DCリンク部のモデルとして製作したフィルタ回路には、回路図上では1本の線として表されているだけでも、幅や方向が異なる複数のブスバーから構成されている部分がある。そこで本章では、まず複雑な構成のブスバーのインダクタンスを1つに合成するための一般的方法について述べ、次にこれに基づいた寄生共振の解析方法とその結果を示す。

2.3.1 折れ曲がりブスバーのインダクタンス

図2.16に示すような形状のブスバーを例にとり、総合インダクタンスを算出する。こ

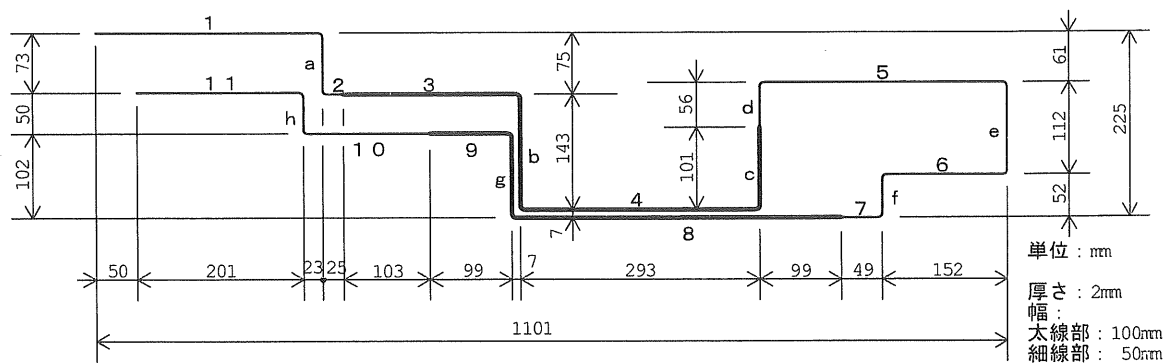


図 2.16: 折れ曲がりブスバーのモデル

れは上下方向のブスバーと左右方向のブスバーの組み合わせで構成される。前述のように、それぞれの方向間では相互干渉はないので、各方向について計算された結果を加算すれば良い。したがって、ここでは左右方向のブスバー群について計算手順を示す。

左右方向のブスバーだけについて、任意の向きに定めたループ電流に沿って図のように連番をつける。各ブスバーの電流の正の向きはループ電流の向き、電圧の正の向きは電流

に逆らう向きとする。この系の回路方程式は次のように表される（ただし、 $n = 11$ ）。

$$\begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & C_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ \vdots \\ V_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & \cdots & Z_{1n} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & \cdots & Z_{2n} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & \cdots & Z_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{n1} & Z_{n2} & Z_{n3} & \cdots & Z_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & C_{22} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_n \end{bmatrix} \quad (2.32)$$

ここで、 $I_1 \sim I_n$ 、 $V_1 \sim V_n$ は各ブスバーの電流と両端の電位差、インピーダンス行列の各要素 Z_{ij} は、既述の方法により算出されたブスバーの自己あるいは相互インピーダンスで、(2.30) 式の z_{11} 、 z_{12} などに相当するものであり、ここでも $Z_{ij} = Z_{ji}$ となる。また、 $C_{11} \sim C_{nn}$ なる要素を持つ対角行列は各ブスバーの電圧・電流方向の整合を図るもので、各要素の値は前述のループ電流を基準に次のように決められる。

$C_{ii} = 1$ 第 i ブスバーにおいて電流が右向きするとき

$C_{ii} = -1$ 第 i ブスバーにおいて電流が左向きするとき

(2.32) 式を下記のように略記する。

$$C \cdot V = Z \cdot C \cdot I \quad (2.33)$$

全ブスバーの電流は同一値 I であることを考慮して V を求めると、

$$V = C^{-1} \cdot Z \cdot C \cdot 1 \cdot I = Z' \cdot 1 \cdot I \quad (2.34)$$

ここで、 Z' の各要素は $Sg \cdot Z_{ij}$ となっている。ただし、ループ電流が、そのインピーダンスに参与する 2 本のブスバーにとって同一方向になるとき Sg は +1、逆向きになるとき Sg は -1 である。最終的に、左右方向の合成インピーダンスは、次式により求めることができる。

$$Z_1 = \left(\sum_{i=1}^n V_i \right) / I = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Z'_{ij} \quad (2.35)$$

表 2.1 に、2 本のブスバーの組み合わせ法により計算した、各ブスバーの 1kHz におけるインダクタンス値を示す。

なお、同じブスバーでも、その自己インダクタンスの値は、組み合わせる相手のブスバーによって若干の違いが生じることがある（この例では、最大 0.6% 程度）。至近にあり、しかも長い、最も影響力のあるブスバーとの組み合わせのときに最小値を示すことが多いため、このような場合には代表値として最小のものを採用した。表 2.1 の値を用い

表 2.1: 折れ曲がりブスバーの各部のインダクタンス [nH]

ブスバー番号											
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	
155.7	4.6	23.2	14.7	10.3	4.6	1.7	18.8	8.4	19.5	51.4	1
	4.8	5.8	1.9	1.1	0.5	0.2	2.4	1.4	5.4	4.6	2
		83.0	22.4	11.9	5.1	1.9	27.2	23.6	33.2	18.7	3
a	25.7		132.7	28.1	12.7	5.9	142.9	14.0	13.8	11.6	4
b	4.1	47.8		175.6	30.5	7.9	42.7	6.1	7.4	7.7	5
c	1.4	4.8	29.1		70.1	7.1	21.6	2.6	3.3	3.5	6
d	0.8	2.6	7.7	16.1		13.6	12.9	1.0	1.2	1.3	7
e	1.0	2.7	3.7	2.0	45.7		202.7	16.6	17.1	14.7	8
f	0.6	1.7	3.3	1.5	3.3	14.9		27.8	14.0	6.8	9
g	2.9	30.6	3.4	1.8	1.9	1.2	28.9		69.2	19.2	10
h	6.1	2.7	0.9	0.5	0.7	0.4	1.9	14.0		102.7	11
a	b	c	d	e	f	g	h				

 $f = 1[\text{kHz}], \quad a = 1[\text{mm}]$

て上記の方法で算出した全回路の合成インダクタンスは 656nH となる。一方、実測値はヒューレットパッカード社製の 4284A 型 LCR メータを L-R 直列モードで使用して、1kHz にて 653nH となった。この程度の小さなインダクタンスの測定値は、測定条件の影響を非常に受け易いが、測定リード部を極力短くし、被測定物との相対配置を工夫したうえ、リード部の補償も行うことによって、実用レベルの計測再現性が確保できている。実測値の全桁が有効桁という訳ではないが、計算値は実測値と良く一致しているといえる。

2.3.2 寄生共振の解析

図 2.17 に DC リンクの共振の検討のために製作した試験モデルを示す。本回路は図 2.18 のような 3 レベル・インバータを想定したもので、P、C、N の 3 本の母線と、P-C 間、N-C 間それぞれに 4 バンクのコンデンサを持つ。多くのブスバー枝があり、これらのインダクタンスとコンデンサバンクとの間で複雑な寄生共振特性を持つ。本例は図 2.14 と類似のブスバー配置となっているが、3 本のブスバーの間隔が十分に離れているため、定数の計算には、第 2.2 節で確認した特性に基づき、2 本のブスバー同士の組み合わせによる方法を使用できる。また、このブスバー構成の場合、1kHz と 10kHz でのインダクタンスの差は 1% 以下なので、全周波数域において 1kHz で計算した値を使用した。なお、ブスバーの体積抵抗率 ρ としては $17.5 \times 10^{-9} \Omega m$ を使用している。この方針に沿って計算し、一部を 2.3.1 の方法で合成した各ブスバーのインダクタンスと抵抗値を表 2.2 に示す。一部に負の値があるのは、電流の正の向きとの定義の差を定数側に織り込んでいるためである。相互抵抗については最大のものでも自己抵抗の 1/15 程度と小さいので無視し

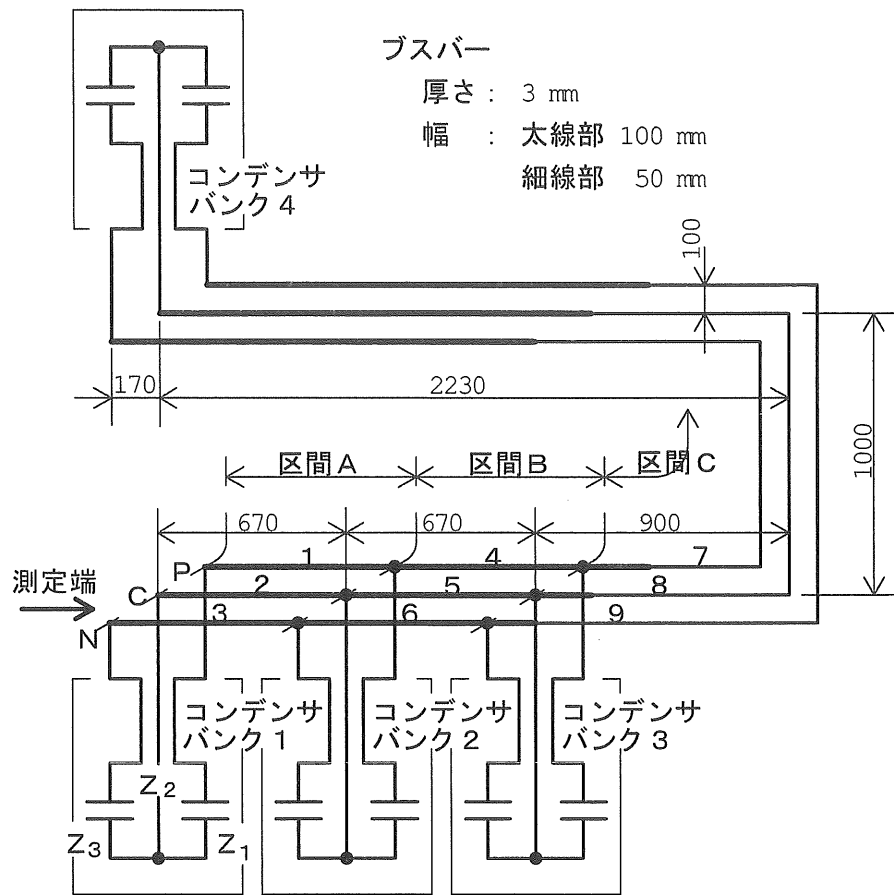


図 2.17: DC リンク直流フィルタ回路の試験モデル

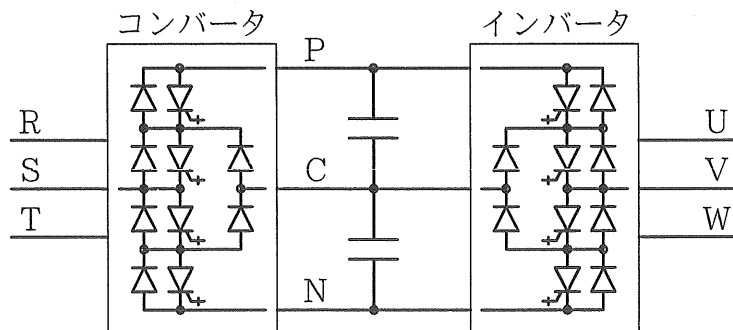


図 2.18: 3 レベル・インバータ

表 2.2: D C リンクの回路定数

ブスバーインダクタンス [μH]									ブスバー 抵抗 [$\text{m}\Omega$]		ブスバー番号
ブスバー番号											
区間A			区間B			区間C					
1	2	3	4	5	6	7	8	9			
0.4041	0.2032	0.1237	0.0890	0.1213	0.1252	-0.1141	-0.0786	-0.0434	0.0605	1	
	0.4041	0.2032	0.0602	0.0890	0.1213	-0.1019	-0.0708	-0.0402	0.0605	2	
		0.4041	0.0469	0.0602	0.0890	-0.0908	-0.0636	-0.0371	0.0605	3	
			0.4041	0.2032	0.1237	-0.0669	0.0002	0.0395	0.0605	4	
				0.4041	0.2032	-0.0838	-0.0241	0.0398	0.0605	5	
					0.4041	-0.0854	-0.0445	0.0122	0.0605	6	
						2.8252	1.5659	1.1197	0.4918	7	
							3.1344	1.7342	0.5589	8	
								3.4897	0.6261	9	

コンデンサ

1バンク当りの定数

インダクタンス [μH]

抵抗 [$\text{m}\Omega$]

静電容量 [μF]

P

C

N

0.455

0.113

0.300

0.920

0.120

0.930

1500

1500

$f = 1[\text{kHz}]$

$a = 1[\text{mm}]$

$$f = 1[\text{kHz}], \quad a = 1[\text{mm}]$$

た。なお、各コンデンサ・バンクのリード部の回路定数については実測値を使用している。

この回路においてブスバー間すべての相互インダクタンスを考慮すると、特に回路図入力方式のシミュレータにより、インバータ回路と組み合わせたシミュレーションを行うような場合には、回路が非常に複雑となり取り扱いが容易ではない。表 2.2 において、同一区間内の他の並行ブスバーとの相互インダクタンスと、隣接区間のいずれかのブスバーとの相互インダクタンス値だけを比較すると、後者も無視できない値を持っている。しかし、隣接区間の個々のブスバーからの影響は比較的大きくても、ある程度距離が離れているため、総合電流が 0 となる P, C, N の 3 本のブスバーからの影響が相殺される傾向が強くなる。したがって、表 2.2 中の太枠内の一区間内で並行して走る 3 本のブスバー間のインダクタンスだけを考慮しておけば、後述のように共振周波数の精度にはそれほど影響を与えない。

さらに解析を容易にするため、同一区間内の相互インダクタンスをも自己インダクタンスに繰り込むための変換を行う。一区間のブスバーに着目した等価回路を図 2.19 (a) に示す。この回路では次の方程式が成り立つ。

$$\begin{bmatrix} V_{1a} \\ V_{2a} \\ V_{3a} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{1b} \\ V_{2b} \\ V_{3b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

実際の解析では、図 2.19 (b) に示すような 2 つの線間電圧と 2 つのループ電流で表現する

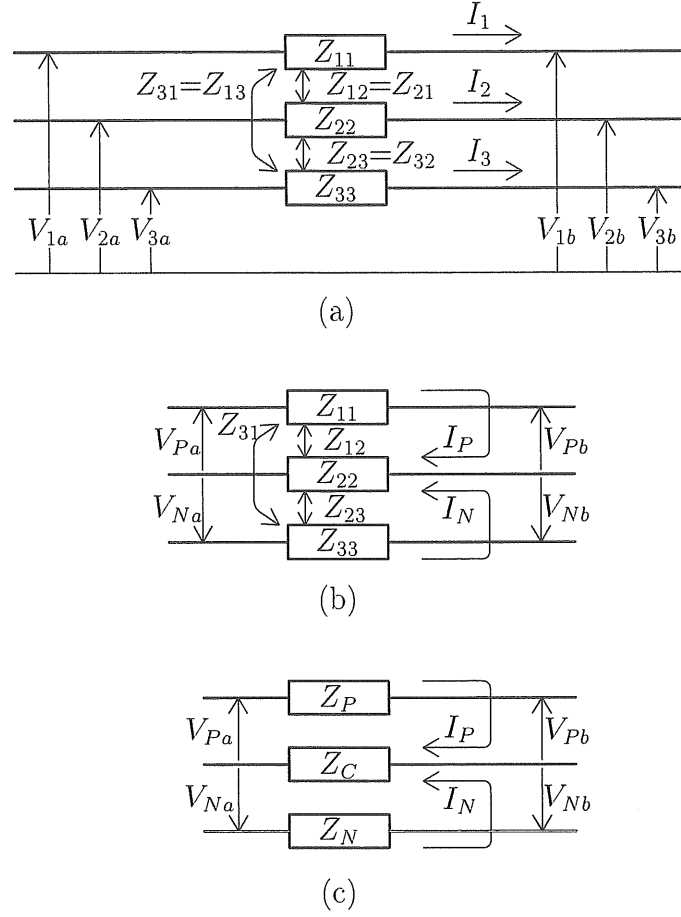


図 2.19: P, C, N ブスバー群 1 区間の等価回路

ことにすると、新旧の変数の間には次の関係が成立する。

$$\begin{bmatrix} V_{Pa} \\ V_{Na} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{Pb} \\ V_{Nb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} V_{1a} \\ V_{2a} \\ V_{3a} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{1b} \\ V_{2b} \\ V_{3b} \end{bmatrix} \right) \quad (2.37)$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_P \\ I_N \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

(2.36), (2.38) 式を (2.37) 式に代入すると次式が得られる。

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} V_{Pa} \\ V_{Na} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{Pb} \\ V_{Nb} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_P \\ I_N \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} Z_{11} + Z_{22} - Z_{12} - Z_{21} & Z_{22} + Z_{13} - Z_{12} - Z_{23} \\ Z_{22} + Z_{31} - Z_{21} - Z_{32} & Z_{33} + Z_{22} - Z_{23} - Z_{32} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_P \\ I_N \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.39)$$

一方，図 2.19 (c) の相互誘導の無い回路の方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} V_{Pa} \\ V_{Na} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{Pb} \\ V_{Nb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_P + Z_C & Z_C \\ Z_C & Z_N + Z_C \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_P \\ I_N \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

(2.39) 式と (2.40) 式を比較し，同一区間内では $Z_{ij} = Z_{ji}$ であることを考慮すると次の結果が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} Z_C &= Z_{22} + Z_{31} - Z_{12} - Z_{23} \\ Z_P &= Z_{11} + Z_{23} - Z_{12} - Z_{31} \\ Z_N &= Z_{33} + Z_{12} - Z_{23} - Z_{31} \end{aligned} \right\} \quad (2.41)$$

図 2.20 は，図 2.17 の試験モデルの等価回路である。試験モデルの周波数特性は，図 2.17 の「→」部分から計測したので，等価回路もこの部分を入力として表している。図中の各枝路のインピーダンス Z_n は，

$$Z_n = R_n + j\omega L_n - j\frac{1}{\omega C_n} \quad (2.42)$$

ただし， R_n は表 2.2 に示したブスバー等の抵抗値， L_n は表 2.2 の太枠内の値から (2.41) 式を利用して変換したブスバー等のインダクタンス， C_n はコンデンサ・バンクの静電容量である。コンデンサを含まない枝路では，右辺の第 3 項はもちろん 0 である。この回路

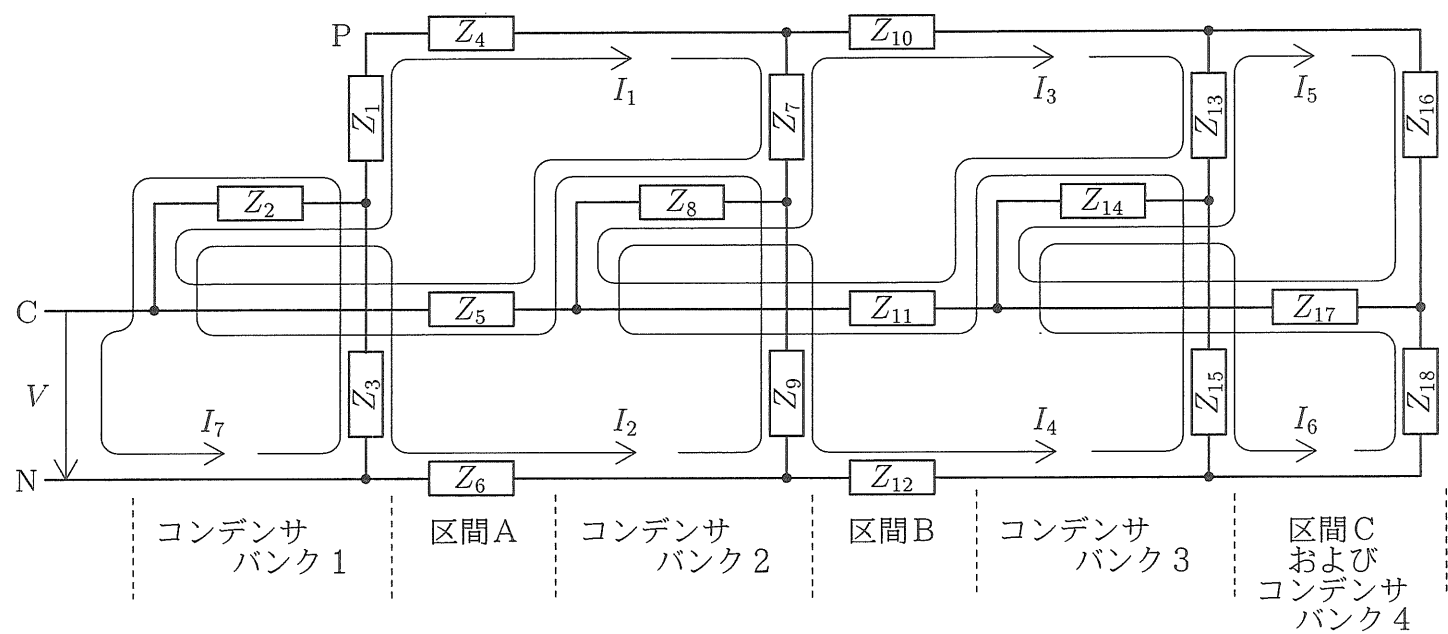


図 2.20: DCリンクの等価回路

の方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 + Z_2 + Z_4 + Z_5 + Z_7 + Z_8 & Z_2 + Z_5 + Z_8 & -Z_7 - Z_8 & -Z_8 \\ Z_2 + Z_5 + Z_8 & Z_2 + Z_3 + Z_5 + Z_6 + Z_8 + Z_9 & -Z_8 & -Z_8 - Z_9 \\ -Z_7 - Z_8 & -Z_8 & Z_7 + Z_8 + Z_{10} + Z_{11} + Z_{13} + Z_{14} & Z_8 + Z_{11} + Z_{14} \\ -Z_8 & -Z_8 - Z_9 & Z_8 + Z_{11} + Z_{14} & Z_8 + Z_9 + Z_{11} + Z_{12} + Z_{14} + Z_{15} \\ 0 & 0 & -Z_{13} - Z_{14} & -Z_{14} \\ 0 & 0 & -Z_{14} & -Z_{14} - Z_{15} \\ -Z_2 & -Z_2 - Z_3 & 0 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} 0 & 0 & -Z_2 \\ 0 & 0 & -Z_2 - Z_3 \\ -Z_{13} - Z_{14} & -Z_{14} & 0 \\ -Z_{14} & -Z_{14} - Z_{15} & 0 \\ Z_{13} + Z_{14} + Z_{16} + Z_{17} & Z_{14} + Z_{17} & 0 \\ Z_{14} + Z_{17} & Z_{14} + Z_{15} + Z_{17} + Z_{18} & 0 \\ 0 & 0 & Z_2 + Z_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \\ I_5 \\ I_6 \\ I_7 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

これを $V = Z \cdot I$ と置くと、等価回路の各ループ電流は下記のように表すことができる。

$$I = Z^{-1} \cdot V = Y \cdot V \quad (2.44)$$

V は 7 番目の要素を除きすべて 0 だから、

$$I = \begin{bmatrix} Y_{17} \\ Y_{27} \\ \vdots \\ Y_{77} \end{bmatrix} \cdot V \quad (2.45)$$

したがって、測定端から見たインピーダンス Z_0 は V/I_7 ，すなわち、 $1/Y_{77}$ に等しい。ブスバーの回路定数の計算値を使用して求めた Z_0 の周波数特性を図 2.21 に実線で示す。一方、図 2.22 の実測値は前述の LCR メータのインピーダンスモードを使用して、1kHz から 10kHz までスキャンさせることで求めた。計測リード線の扱いについては、前記と同様

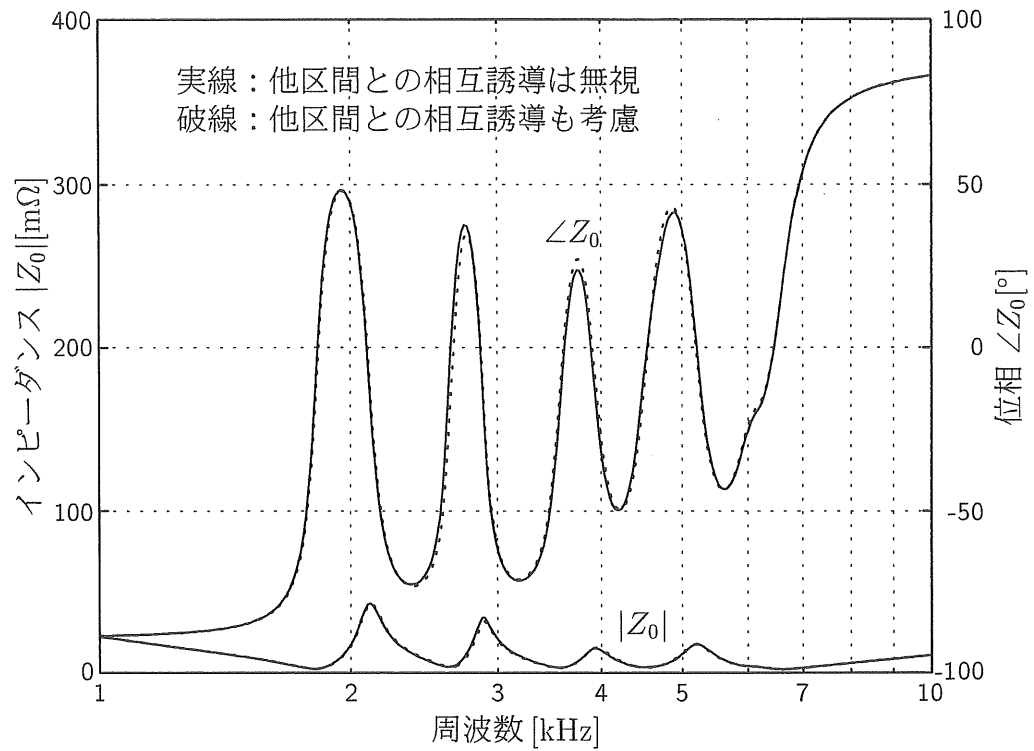


図 2.21: D C リンクの共振特性 (計算値)

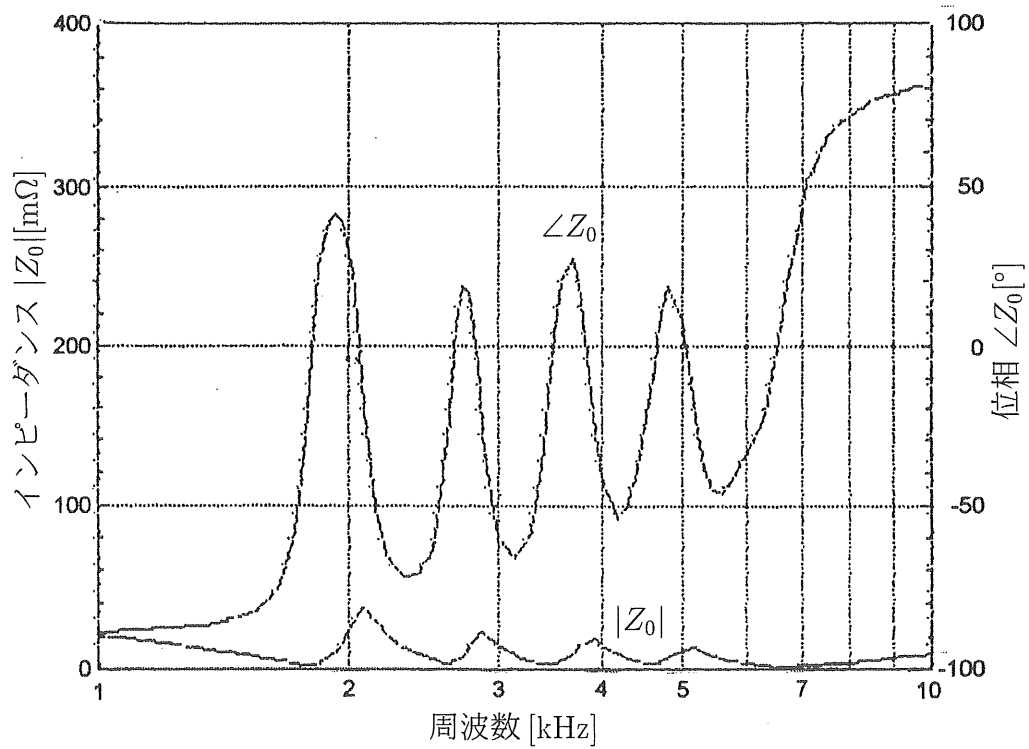


図 2.22: D C リンクの共振特性 (実測値)

の注意を払っている。共振周波数は両者とも非常に良く一致していることが確認できる。周波数特性の計算にあたり各枝路の抵抗値としては、1kHz での計算値を基準にし、別途計算したブスバーの周波数特性の平均的傾向を次式の関数で近似したものを補正係数として用いている。

$$R_{@fHz} = R_{@1kHz} \{0.375(f/1000)^{0.64} + 0.625\} \quad (2.46)$$

これにより、共振倍率の傾向も実測値と比較的良く一致している。

さて、以上は他区間内のブスバーからの相互誘導を無視した解析結果であるが、D C リンク部分だけの特性を行列表現のまま解析するのであれば、それらを考慮に入れることは容易である。すなわち、表 2.2 のインダクタンス行列内の、上記で無視した 3 行 × 3 列の各小行列を、(2.39) 式と同一の変換行列を用いて 2 行 × 2 列のインピーダンス小行列に変形した後、表 2.2 の各小行列と対応した位置にある (2.43) 式中のインピーダンス小行列に加算すれば良い。これにより計算した周波数特性を図 2.21 内に破線で示している。他区間のブスバーからの相互誘導を無視した場合と比較し、ほとんど差はない。

なお、共振周波数を求めるだけであれば、周波数スイープによる計算は必要なく、(2.43) 式の \mathbf{Z} から 7 行目および 7 列目を除去した行列 \mathbf{Z}' において、次のような処理を行えば短時間で解を求めることができる。 \mathbf{Z}' の各要素に含まれる Z_n ($n = 1 \sim 18$) の代わりに $1/C_n$ と置いた行列を \mathbf{A} とする (C を含まない Z については 0 と置く)。同じく、 L_n と置いた行列を \mathbf{B} とする。これより、測定端を開放したうゑ抵抗分を無視した図 2.20 の回路方程式は次のように表される。

$$\mathbf{0} = \left(-j\frac{1}{\omega} \mathbf{A} + j\omega \mathbf{B} \right) \cdot \mathbf{I} \quad (2.47)$$

両辺に $j\omega$ を掛けたくゑ $\omega^2 = \lambda$ とおいて変形し、 $\mathbf{I} \neq \mathbf{0}$ の条件を求めれば次式を得る。

$$|\lambda \mathbf{E} - \mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}| = 0 \quad (2.48)$$

したがって、 $\mathbf{B}^{-1} \mathbf{A}$ の固有値 λ を計算すれば、次式により共振周波数が求められる。

$$f_0 = \frac{\sqrt{\lambda}}{2\pi} \quad (2.49)$$

結果は、他区間のブスバーからの相互誘導を無視した場合、2.102, 2.874, 3.917, 4.609, 5.201, 6.114kHz, 考慮に入れた場合、2.107, 2.880, 3.930, 4.597, 5.188, 6.121kHz となる。

以上の解析により、本インダクタンス簡易計算法の妥当性が立証され、盤内配線の構造データから、D C リンクの寄生共振特性を非常に精度良く予測することが可能であることが分かった。本法によれば、共振によって引き起こされる諸問題の予見やその回避策の検討が適確に行えるようになる。

第3章 入力LCフィルタ付きチョッパ系の不安定現象とその対策

3.1 不安定現象

本論文で検討対象にする不安定現象は、以下の理由により、電源電圧が低く負荷が大きいほど発生しやすくなる。

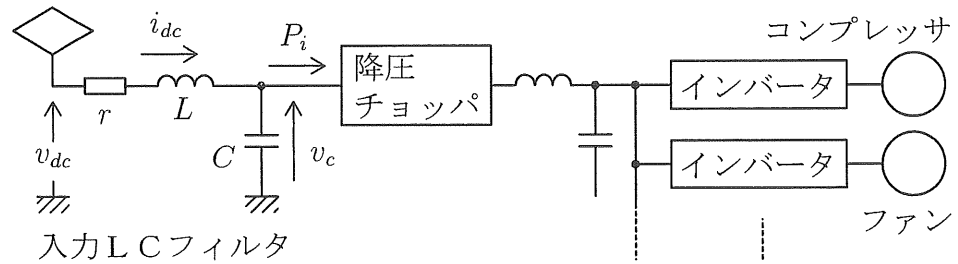


図 3.1: 検討対象のシステム

図 3.1 で、電源の電圧と電流を v_{dc} , i_{dc} , 入力 LC フィルタのインダクタンスと静電容量を L , C , 電源の内部抵抗を r , チョッパの入力電力を P_i , コンデンサ C の電圧を v_c とすると、システムには次式が成り立つ。

$$\frac{di_{dc}}{dt} = \frac{1}{L} (v_{dc} - v_c - r \cdot i_{dc}) \quad (3.1)$$

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{C} \left(i_{dc} - \frac{P_i}{v_c} \right) \quad (3.2)$$

P_i を一定と見なせるとして、これを線形化すると、

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta i_{dc} \\ \Delta v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{r}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & \frac{P_{i0}}{C v_{c0}^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta i_{dc} \\ \Delta v_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \Delta v_{dc} \quad (3.3)$$

ただし、 Δ は動作点近傍での微小変化、添字に含まれる 0 は動作点での値を意味する。定電力負荷の代りに、単なる抵抗負荷 R_L が接続されている場合には、上式の特性格マトリクスの 2 行 2 列目の要素は $-1/CR_L$ となり負の値を示す。定電力負荷では、この要素の極性が反転していることから、負荷に負性抵抗が接続されているのと等価であると解釈することができる。安定化のためには、この式の特性格の実数部 $\{-r/L + P_{i0}/(C v_{c0}^2)\}/2$ を負にするという条件より、電源の内部抵抗 r は次の式を満足しなければならない。

$$r > \frac{L P_{i0}}{C v_{c0}^2} \quad (3.4)$$

r の最低値が与えられた場合には、 P_i が大きく、 $v_{dc}(\simeq v_{c0})$ が低いほど上式を満足できなくなり、不安定になり易い。電鉄では一般に架線電圧変動範囲は広いが、その最低電圧時にも上式を満足している必要がある。 L 、 C の値をシステムの単位インピーダンスに対する比率が一定になるように選定すると、上式の右辺は定格電力に逆比例する値になるため、 r として電源の内部抵抗だけを期待する場合には、小容量の機器ほど条件が厳しくなる。なお、特性根の虚数部、すなわち振動角周波数は次式のように運転状態に応じて変化し、本来のLC共振周波数より若干低い値となる。

$$\omega_{osc} = \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{r}{2L} + \frac{P_{i0}}{2C v_{c0}^2} \right)^2} \quad (3.5)$$

3.2 システムの詳細

3.2.1 システム構成

図3.2に本システムのブロック図を示す。チョッパには複数のインバータが接続される場合が多いが、解析を簡単にするため、ここでは一台に集中させて考える。また、インバータの負荷としては、モータ負荷・抵抗負荷・定電力負荷の3種類を考える。空調機器の負荷の主体はコンプレッサやファンなどのモータ負荷だが、冬季にはヒータ用の抵抗に電力を供給することもあるし、インバータ内部に後述の電圧フィードフォワード制御が適用されている場合には、そのインバータの負荷が定電力負荷とみなせるためである。なお、抵抗負荷と定電力負荷については、それらがインバータの出力に接続されている場合でも、解析上は、本図のように直流回路に直接接続されたものと等価と考えることができる。

制御系は、電圧制御器・電流制御器からなる電流マイナーループ付定電圧制御系が基本になっている。電流制御器は比例積分要素とし、電圧制御器は後述の対策の一つである定常偏差の効果も確認できるよう比例積分・位相遅れの両要素に対応できる構成にしている。電圧フィードフォワードは、電流制御器の出力に電源電圧の逆数に比例した値を乗じ、電源電圧の変動に関係なくチョッパのゲインを一定化させることによって過渡特性を改善したり、電流制御器の負担を軽減するため、必要に応じて用いられる。なお、ここでは、 K_f の調整により、フィードフォワードの強さを連続的に変化できるように考慮している。ダンピング回路は、後述の安定化対策の一つとして用いられるもので、一種のバンドパスフィルタであり、電源電圧の特定周波数帯域の変動分を電流指令 i_{f2}^* に加算し、その信号に応じたチョッパ過渡入力電流を流すものである。

3.2.2 安定化対策

第3.1節で、 P_i を一定とみなせると仮定したのは、負荷の大きさは各種指令値や負荷自身の特性によって時間的には変化するにしても、チョッパの出力電圧が完全に一定に制御

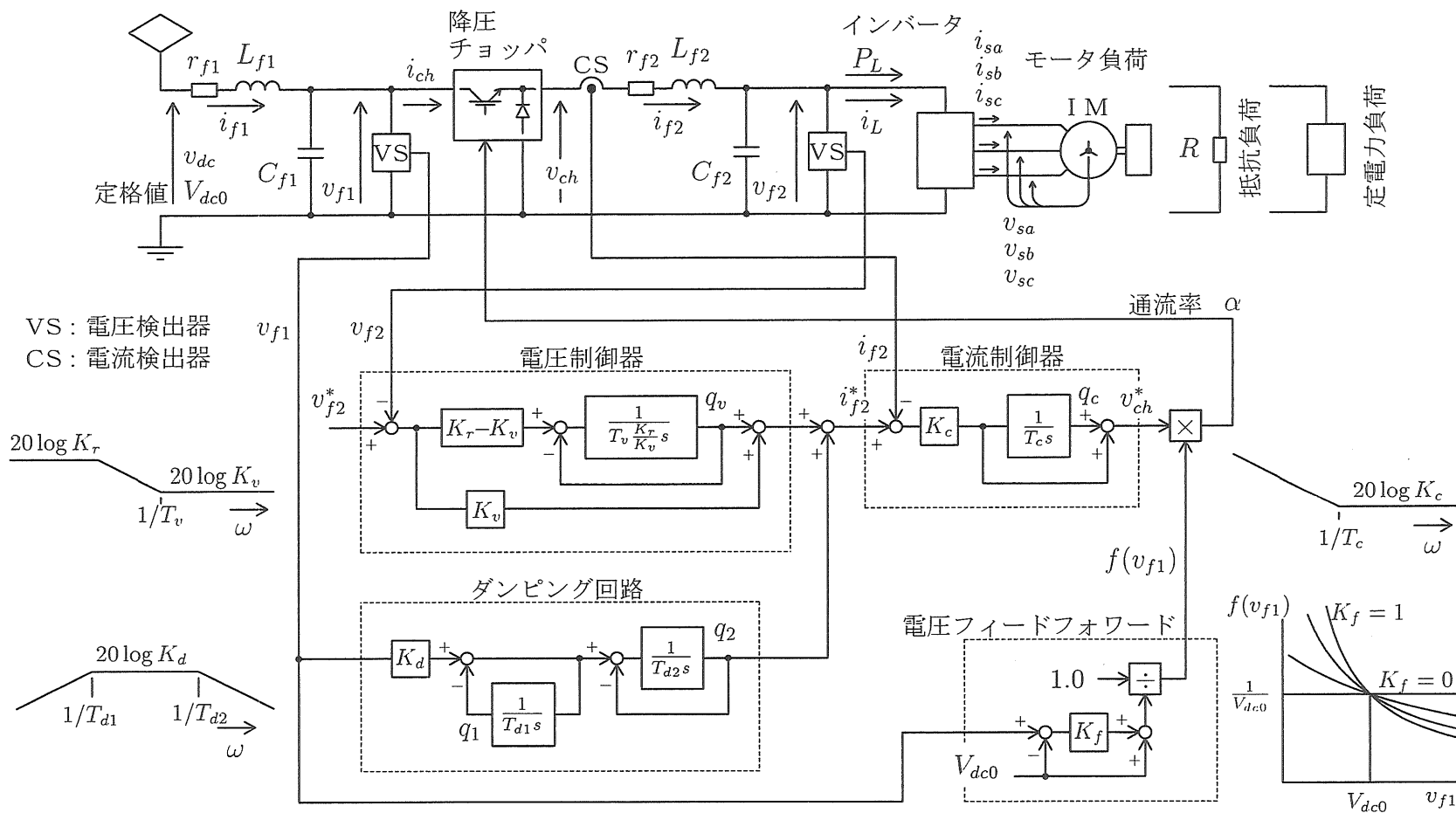


図 3.2: 入力LCフィルタ付きチョッパシステムのブロック図

されている場合には、チョッパの入力側で電圧変動があっても、その入力電力 P_i は、そのときの負荷の運転条件に見合った電力から変化することはないからである。電源電圧の変化をフィードフォワード補償したり、定電圧制御系の速応性を高める等で、定電圧制御を厳格にするほど、電源電圧変動に対する不感性が強まり、上記の定電力性が強まる。

前節に示したように、不安定の原因はこの定電力性にあるので、電源の直列抵抗を増加させずに安定性を確保するためには、制御上の手段により定電力性、すなわち、定電圧制御特性を弱めれば良いことが推測できる。

そこで、本論文ではこれを満足させるために次の 3 つの対策について考える。

(i) 対策 1：電圧フィードフォワードとダンピング回路が無いシステム ($K_f = 0$, $K_d = 0$) において、電圧制御器の比例積分要素 ($K_r = \infty$) のゲイン K_v を下げてチョッパ出力電圧の応答を遅くすることにより、定電圧制御特性を弱める方法。

(ii) 対策 2：同じく、 $K_f = 0$, $K_d = 0$ のシステムにおいて、電圧制御器に位相遅れ要素 ($K_r = \text{有限値}$) を用いて、チョッパ出力電圧に定常偏差を生じさせることにより、定電圧制御特性を弱める方法。

(iii) 対策 3：電圧フィードフォワードが存在するシステム ($K_f = 1.0$) において、ダンピング回路を有効 ($K_d \neq 0$) にし、そのフィルタ特性を調整して入力電力を変動させる方法。

ところで、電圧制御器は、インバータの入力となる直流母線の電圧安定化のために設けている訳であり、上記の対策によってチョッパ出力の定電圧性が大きく犠牲にされるようでは本末転倒になる。安定性と定電圧性にはトレードオフの関係があることを考慮しながら最適条件を求める必要がある。

定電圧性を弱めれば、入力電圧変動に対応した入力電流が流れ、さらにそれによる出力電圧変動がチョッパ出力に接続された負荷に印加されて、負荷にも過渡電流が流れる。そのため、入力電流の波形には負荷の過渡電流の影響も現れ、この電流の流れ方が安定性に大きく関わるものと考えられる。したがって、同一の対策をとっても、負荷の特性次第で安定性への効果は異なってくる。そこで、検討対象として各種の負荷を想定した解析を行う。

3.2.3 系の記述

各部の方程式は以下ようになる。なお、検討に当たっては、制御系は連続系と仮定し、チョッパのスイッチング周波数は制御系の応答周波数よりも十分に高く、無駄時間の影響は無視でき、また、インバータのスイッチング周波数も基本波周波数に比べて十分に高く、モータ電流のリップルの影響は無視できるものと仮定している。以下の式中の記号の意味は図 3.2 に示すとおりである。

$$\frac{di_{f1}}{dt} = \frac{1}{L_{f1}} (v_{dc} - v_{f1} - r_{f1}i_{f1}) \quad (3.6)$$

$$\frac{dv_{f1}}{dt} = \frac{1}{C_{f1}}(i_{f1} - i_{ch}) \quad (3.7)$$

$$v_{ch} = \alpha \cdot v_{f1} \quad (3.8)$$

$$i_{ch} = \alpha \cdot i_{f2} \quad (3.9)$$

$$\frac{di_{f2}}{dt} = \frac{1}{L_{f2}}(v_{ch} - v_{f2} - r_{f2}i_{f2}) \quad (3.10)$$

$$\frac{dv_{f2}}{dt} = \frac{1}{C_{f2}}(i_{f2} - i_L) \quad (3.11)$$

$$\frac{dq_v}{dt} = \frac{K_v}{T_v K_r} \{ (K_r - K_v)(v_{f2}^* - v_{f2}) - q_v \} \quad (3.12)$$

$$\frac{dq_c}{dt} = \frac{K_c}{T_c} \{ q_v + K_v(v_{f2}^* - v_{f2}) + q_2 - i_{f2} \} \quad (3.13)$$

$$v_{ch}^* = q_c + K_c \{ q_v + K_v(v_{f2}^* - v_{f2}) + q_2 - i_{f2} \} \quad (3.14)$$

$$\frac{dq_1}{dt} = \frac{1}{T_{d1}}(K_d v_{f1} - q_1) \quad (3.15)$$

$$\frac{dq_2}{dt} = \frac{1}{T_{d2}}(K_d v_{f1} - q_1 - q_2) \quad (3.16)$$

$$\alpha = \frac{v_{ch}^*}{K_f(v_{f1} - V_{dc0}) + V_{dc0}} \quad (3.17)$$

$$i_L = \frac{P_L}{v_{f2}} \quad (3.18)$$

インバータは V/f 一定制御とし、想定した平衡動作点に対応した一定の角周波数 ω ($= d\theta/dt$) と変調率 m が設定され、モータ（誘導電動機）には次のような電圧が印加されているものとする。

$$\begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix} = \sqrt{2} m v_{f2} \begin{bmatrix} \sin \theta \\ \sin(\theta - \frac{2\pi}{3}) \\ \sin(\theta + \frac{2\pi}{3}) \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

ここで、電動機の d - q 軸を、一次電圧の d 軸成分が 0 となるように選ぶと、(3.19) 式は次式のように表わされる。

$$v_{sd} = 0 \quad (3.20)$$

$$v_{sq} = \sqrt{3}mv_{f2} \quad (3.21)$$

この電圧により流れる固定子電流 i_{sa}, i_{sb}, i_{sc} の d - q 変換値を i_{sd}, i_{sq} とし、インバータ内部での損失を無視すると、インバータ入出力の電力は等しいので、

$$v_{f2}i_L = v_{sd}i_{sd} + v_{sq}i_{sq} = \sqrt{3}mv_{f2}i_{sq} \quad (3.22)$$

ゆえに、

$$i_L = \sqrt{3}mi_{sq} \quad (3.23)$$

誘導電動機の d - q 軸上の一般式 ([21] あるいは第 5.1.1 小節) に (3.20) 式と (3.21) 式を適用すると次の式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -a_1 & \omega & \frac{R_r M}{\sigma L_s L_r^2} \\ -\omega & -a_1 & -\frac{M\omega_r}{\sigma L_s L_r} \\ \frac{R_r M}{L_r} & 0 & -\frac{R_r}{L_r} \\ 0 & \frac{R_r M}{L_r} & -(\omega - \omega_r) \end{bmatrix} * \\ &\quad * \begin{bmatrix} \frac{M\omega_r}{\sigma L_s L_r} \\ \frac{R_r M}{\sigma L_s L_r^2} \\ (\omega - \omega_r) \\ -\frac{R_r}{L_r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{\sqrt{3}m}{\sigma L_s} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} v_{f2} \end{aligned} \quad (3.24)$$

ただし、

$$a_1 = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r M^2}{\sigma L_s L_r^2} \quad \sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}$$

L_s, L_r : 固定子, 回転子の自己インダクタンス, M : 固定子・回転子間の相互インダクタンス, R_s, R_r : 固定子, 回転子の巻線抵抗, ψ_{rd}, ψ_{rq} : 回転子の d 軸, q 軸鎖交磁束数, ω_r : 回転角速度 (電気角)

一方, 運動方程式は,

$$\frac{2J}{P} \frac{d\omega_r}{dt} = \frac{PM}{2L_r} (i_{sq}\psi_{rd} - i_{sd}\psi_{rq}) - T_L \quad (3.25)$$

ただし, P : 極数, J : 回転系の慣性モーメント, T_L : 負荷トルク

これらは非線形方程式なので、安定性の検討のためにまず任意の動作点近傍で線形化しておく必要がある。この際、負荷入力電流の扱いは負荷の種類によって下記のように区別する。

(i) 定電力負荷の場合、(3.18) 式をそのまま使用でき、

$$i_L = \frac{P_L}{v_{f2}} \quad (P_L = \text{一定})$$

(ii) 抵抗負荷の場合、上式の P_L は v_{f2}^2/R ゆえ、

$$i_L = \frac{v_{f2}}{R} \quad (R = \text{一定}) \quad (3.26)$$

(iii) モータ負荷の場合は (3.23) 式に示すとおり、

$$i_L = \sqrt{3} m i_{sq} \quad (m, \omega, T_L = \text{一定})$$

3.2.4 定常解

与えられた電源電圧 v_{dc0} , 出力電圧指令 v_{f20}^* , 負荷入力電力 P_{L0} の条件における定常時の各変数の動作点を求める。前小節の (3.6) ~ (3.18) 式の微分項を 0 とおくと、電動機以外のシステムの定常解を算出するための代数方程式が得られる。ここには個々の式は記述しないが、この式の中では変数には添字 0 をつけて定常値であることを明示し、元の式の番号にダッシュ (') をつけた式番号で呼ぶことにする。これらは比較的容易に解けるので、以下には、計算過程に二次方程式を含む部分だけを示す。

定常解については負荷の種類に関わらず次式が成立する。

$$i_{L0} = \frac{P_{L0}}{v_{f20}} \quad (3.27)$$

この式と、(3.14') 式を除く (3.11') ~ (3.16') 式より、

$$Kr(v_{f20}^* - v_{f20}) - \frac{P_{L0}}{v_{f20}} = 0 \quad (3.28)$$

これを v_{f20} について解き、2 根のうち適切な方を選ぶと、

$$v_{f20} = \frac{v_{f2}^* + \sqrt{v_{f2}^{*2} - \frac{4P_{L0}}{Kr}}}{2} \quad (3.29)$$

また、(3.6') ~ (3.9') 式より、

$$v_{dc0} - \frac{v_{ch0}}{\alpha_0} - r_{f1} i_{f20} \alpha_0 = 0 \quad (3.30)$$

これを α_0 について解き、2 根のうち適切な方を選ぶと、

$$\alpha_0 = \frac{V_{dc0} - \sqrt{V_{dc0}^2 - 4r_{f1} i_{f20} v_{ch0}}}{2r_{f1} i_{f20}} \quad (3.31)$$

誘導電動機の変数の定常値 i_{sd0} , i_{sq0} , ψ_{rd0} , ψ_{rq0} については、(3.24) 式中の微分項を 0 とおいて得られた式において、動作点として与えられた入力電力 P_{L0} ($= \sqrt{3} m v_{f20} i_{sq0}$) が得られるように、 ω_{r0} を変化させて繰返し計算により求める。

3.2.5 線形化

微分方程式が非線形項を含むものについてのみ記すと，(3.17) 式より，

$$\Delta\alpha = \frac{1}{v_{ff0}}\Delta v_{ch}^* - \frac{K_f v_{ch0}^*}{v_{ff0}^2}\Delta v_{f1} \quad (3.32)$$

$$\text{ただし， } v_{ff0} = K_f(v_{f10} - V_{dc0}) + V_{dc0}$$

(3.8) 式より，

$$\Delta v_{ch} = \alpha_0 \Delta v_{f1} + v_{f10} \Delta\alpha \quad (3.33)$$

(3.9) 式より，

$$\Delta i_{ch} = \alpha_0 \Delta i_{f2} + i_{f20} \Delta\alpha \quad (3.34)$$

(3.7) 式と (3.34) 式，(3.32) 式から，

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta v_{f1}}{dt} &= a_5 \Delta v_{f1} + a_4 K_c K_v \Delta v_{f2} + \frac{1}{C_{f1}} \Delta i_{f1} \\ &\quad + (-a_3 + a_4 K_c) \Delta i_{f2} - a_4 K_c \Delta q_v - a_4 \Delta q_c \\ &\quad - a_4 K_c \Delta q_2 - a_4 K_c K_v \Delta v_{f2}^* \end{aligned} \quad (3.35)$$

ただし，

$$a_3 = \frac{v_{ch0}^*}{C_{f1} v_{ff0}} \quad a_4 = \frac{i_{f20}}{C_{f1} v_{ff0}} \quad a_5 = \frac{K_f v_{ch0}^* i_{f20}}{C_{f1} v_{ff0}^2}$$

(3.10) 式と (3.33) 式，(3.32) 式から，

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta i_{f2}}{dt} &= a_6 \Delta v_{f1} - \left(\frac{1}{L_{f2}} + a_7 K_c K_v \right) \Delta v_{f2} \\ &\quad - \left(\frac{r_{f2}}{L_{f2}} + a_7 K_c \right) \Delta i_{f2} + a_7 K_c \Delta q_v + a_7 \Delta q_c \\ &\quad + a_7 K_c \Delta q_2 + a_7 K_c K_v \Delta v_{f2}^* \end{aligned} \quad (3.36)$$

ただし，

$$a_6 = \frac{(1 - K_f) V_{dc0} v_{ch0}^*}{L_{f2} v_{ff0}^2} \quad a_7 = \frac{v_{f10}}{L_{f2} v_{ff0}}$$

Δi_L は負荷の種類により異なるので，(3.11) 式を線形化したものはそれぞれ次のようになる。

(i) 定電力負荷のときは (3.18) 式より

$$\Delta i_L = -\frac{P_{Lo}}{v_{f20}^2} \Delta v_{f2} \quad (3.37)$$

$$\frac{d\Delta v_{f2}}{dt} = \frac{1}{C_{f2}}\Delta i_{f2} + \frac{P_{L0}}{C_{f2}v_{f20}^2}\Delta v_{f2} \quad (3.38)$$

(ii) 抵抗負荷のときは (3.26) 式と (3.18) 式より,

$$\Delta i_L = \frac{1}{R}\Delta v_{f2} = \frac{P_{L0}}{v_{f20}^2}\Delta v_{f2} \quad (3.39)$$

$$\frac{d\Delta v_{f2}}{dt} = \frac{1}{C_{f2}}\Delta i_{f2} - \frac{P_{L0}}{C_{f2}v_{f20}^2}\Delta v_{f2} \quad (3.40)$$

(iii) モータ負荷のとき (3.23) 式より,

$$\Delta i_L = \sqrt{3}m\Delta i_{sq} \quad (3.41)$$

$$\frac{d\Delta v_{f2}}{dt} = \frac{1}{C_{f2}}\Delta i_{f2} - \frac{\sqrt{3}m}{C_{f2}}\Delta i_{sq} \quad (3.42)$$

誘導電動機については, (3.24), (3.25) 式を線形化することで, i_{sd} , i_{sq} , ψ_{rd} , ψ_{rq} , ω_r を状態変数にした状態方程式が得られる ([21])。

以上より, システム全体をまとめると, 定電力負荷と抵抗負荷の場合は,

$$\frac{d\mathbf{x}_{s1}}{dt} = \mathbf{A}_{s1}\mathbf{x}_{s1} + \mathbf{B}_{s1}\mathbf{u}_{s1} \quad (3.43)$$

モータ負荷の場合は,

$$\frac{d\mathbf{x}_{s2}}{dt} = \mathbf{A}_{s2}\mathbf{x}_{s2} + \mathbf{B}_{s2}\mathbf{u}_{s2} \quad (3.44)$$

となる。なお, (3.43), (3.44) 式中の各記号の詳細は以下に示すとおりである。

$$\mathbf{A}_{s1} = \begin{bmatrix} a_5 & a_4K_cK_v & \frac{1}{C_{f1}} & -a_3 + a_4K_c \\ 0 & a_{22} & 0 & \frac{1}{C_{f2}} \\ -\frac{1}{L_{f1}} & 0 & -\frac{r_{f1}}{L_{f1}} & 0 \\ a_6 & -\frac{1}{L_{f2}} - a_7K_cK_v & 0 & -\frac{r_{f2}}{L_{f2}} - a_7K_c \\ 0 & -\frac{K_v}{T_v} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{K_cK_v}{T_c} & 0 & -\frac{K_c}{T_c} \\ \frac{K_d}{T_d^2} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_d}{T_{d1}T_{d2}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} * \\ * \\ * \\ * \\ * \\ * \\ * \\ * \end{matrix} \begin{bmatrix} -a_4K_c & -a_4 & 0 & -a_4K_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_7K_c & a_7 & 0 & a_7K_c \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{K_c}{T_c} & 0 & 0 & \frac{K_c}{T_c} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{d1}} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T_{d2}} & -\frac{1}{T_{d2}} \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし, } a_{22} &= \frac{P_{L0}}{C_{f2} v_{f20}^{*2}} \quad (\text{定電力負荷のとき}) \\ &= -\frac{P_{L0}}{C_{f2} v_{f20}^{*2}} \quad (\text{抵抗負荷のとき}) \end{aligned}$$

$$\mathbf{x}_{s1} = [\Delta v_{f1} \ \Delta v_{f2} \ \Delta i_{f1} \ \Delta i_{f2} \ \Delta q_v \ \Delta q_c \ \Delta q_1 \ \Delta q_2]^T \quad (3.46)$$

$$\mathbf{u}_{s1} = [\Delta v_{f2}^* \ \Delta v_{dc} \ \Delta P_L]^T \quad (3.47)$$

$$\mathbf{B}_{s1} = \begin{bmatrix} -a_4 K_c K_v & 0 & 0 & a_7 K_c K_v & \frac{K_v}{T_v} & \frac{K_c K_v}{T_c} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{f1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_{f2} v_{f20}^*} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T \quad (3.48)$$

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} -a_1 & \omega & \frac{R_r M}{\sigma L_s L_r^2} & \frac{M \omega_{r0}}{\sigma L_s L_r} & \frac{M \psi_{rq0}}{\sigma L_s L_r} \\ -\omega & -a_1 & -\frac{M \omega_{r0}}{\sigma L_s L_r} & \frac{R_r M}{\sigma L_s L_r^2} & -\frac{M \psi_{rd0}}{\sigma L_s L_r} \\ \frac{R_r M}{L_r} & 0 & -\frac{R_r}{L_r} & (\omega - \omega_{r0}) & -\psi_{rq0} \\ 0 & \frac{R_r M}{L_r} & -(\omega - \omega_{r0}) & -\frac{R_r}{L_r} & \psi_{rd0} \\ -a_2 \psi_{rq0} & a_2 \psi_{rd0} & a_2 i_{sq0} & -a_2 i_{sd0} & 0 \end{bmatrix} \quad (3.49)$$

$$\text{ただし, } a_2 = \frac{P^2 M}{4 J L_r}$$

$$\mathbf{A}_{s2} = \left[\begin{array}{ccccc|c} & & & & & \mathbf{O} \\ & & & & & \mathbf{X} \\ & \mathbf{A}_{s1} & & & & \mathbf{O} \\ & \text{ただし, } a_{22} = 0 & & & & \vdots \\ & & & & & \mathbf{O} \\ \hline \mathbf{O}^T & \mathbf{X}^T & \mathbf{O}^T & \dots & \mathbf{O}^T & \mathbf{A}_m \end{array} \right] \quad (3.50)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし, } \mathbf{X} &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{\sqrt{3}m}{C_{f2}} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ \mathbf{O} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

$$\mathbf{x}_m = [\Delta i_{sd} \ \Delta i_{sq} \ \Delta \psi_{rq} \ \Delta \psi_{rd} \ \Delta \omega_r]^T \quad (3.51)$$

$$\mathbf{x}_{s2} = \left[\mathbf{x}_{s1}^T \ \mathbf{x}_m^T \right]^T \quad (3.52)$$

$$\mathbf{u}_{s2} = [\Delta v_{f2}^* \ \Delta v_{dc} \ \Delta T_L]^T \quad (3.53)$$

$$\mathbf{B}_{s2} = \begin{bmatrix} -a_4 K_c K_v & 0 & 0 & a_7 K_c K_v & \frac{K_v}{T_v} & \frac{K_c K_v}{T_c} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{L_{f1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{P}{2J} \end{bmatrix}^T \quad (3.54)$$

3.3 安定性の検討

以上を踏まえ、各種の条件における (3.43), (3.44) 式中の状態マトリクス A_{s1} または A_{s2} の固有値（根）を求め、その軌跡を作図することにより安定性を検討する。なお、検討に使用した定数は、特記以外のものについては表 3.1 に示すとおりである。図 3.3 は、モー

表 3.1: 解析に使用した標準定数

記号	数値	記号	数値	記号	数値
r_{f1}	0.1[Ω]	R_s	0.12[Ω]	P_L	定格 12[kW]
L_{f1}	10[mH]	R_r	0.08[Ω]	m	0.385
C_{f1}	2000[μF]	L_s	20.8[mH]	ω	120π[rad/s]
r_{f2}	0.02[Ω]	L_r	20.8[mH]	V_{dc0}	600[V]
L_{f2}	1[mH]	M	20.3[mH]	v_{dc}	最低 450[V]
C_{f2}	8000[μF]	P	2[極]	v_{f20}^*	300[V]
		J	0.0845[kgm ²]		

タ負荷の場合のすべての根の軌跡を示した一例であるが、本論文で検討対象にしているハンチングに関与するのは、P, P' で示している虚軸の近傍に存在する根であり、虚軸よりも左半面にある他の根は減衰が速く影響は小さい。以降、この P の根の動きに注目して考察していく。なお、この P の拡大図は後述の図 3.6 に対応する。ここで対象にしている振動現象はもともと無制御の LC 回路に起因しているものであり、完全なダンピングを確保しようとするのは現実的ではない。全負荷時に最低入力電圧において、振動の減衰時定数を 0.2 秒程度以下にすること、すなわち、根の実部を -5 以下にすることを一応の目安にする。

3.3.1 未対策時の特性

図 3.4, 3.5 に、フィードフォワードが完全で、しかもダンピング回路が動作しない状態 ($K_f = 1, K_d = 0$)、すなわち、チョッパが電源電圧の影響を受けず完全な定電力負荷とみなせる未対策状態での根の様子を示す。この図は、チョッパ以降のシステムの状態には左右されないため、どの負荷に対して描かせても同一の形状となる。図中のパラメータは、電源電圧 v_{dc} と電源抵抗 r_{f1} であり、この図からも (3.4) 式の傾向が読みとれる。また、最低入力電圧 450[V] においても安定な 12[kW] の定格負荷運転を実現するためには、約 0.4[Ω] の電源抵抗が必要であることが分かる。本論文ではこの r_{f1} を 0.1[Ω] として検討しているので、標準定数における純粋な定電力負荷としての根の位置は、図 3.5 中の Z 点となる。

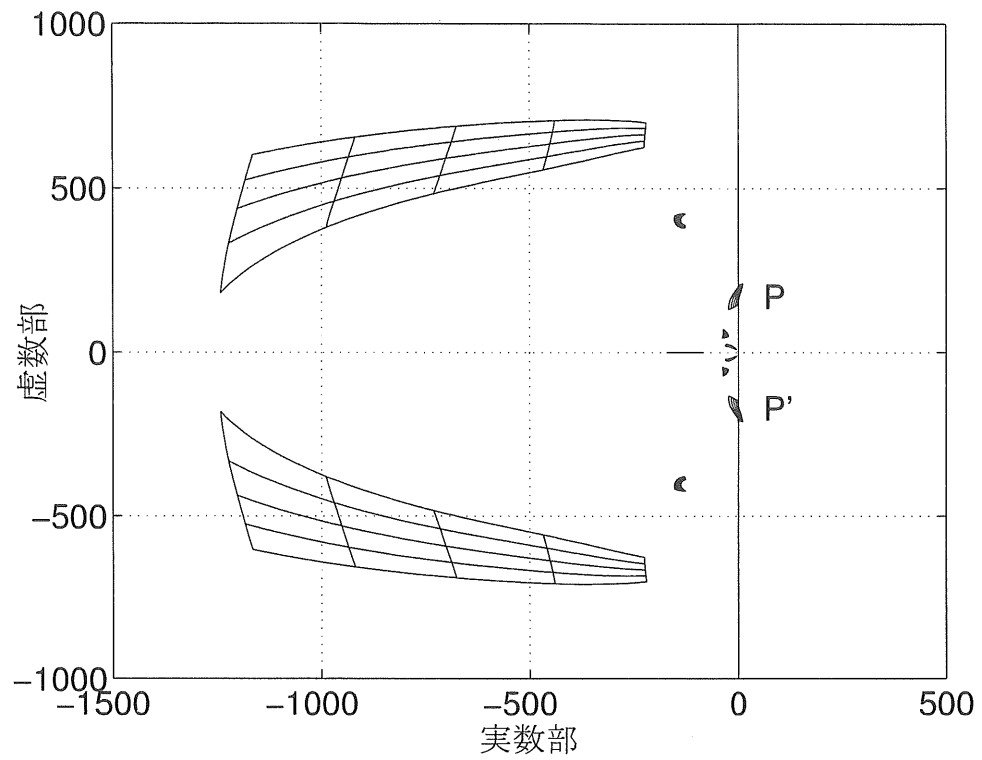


図 3.3: 全根の根軌跡例

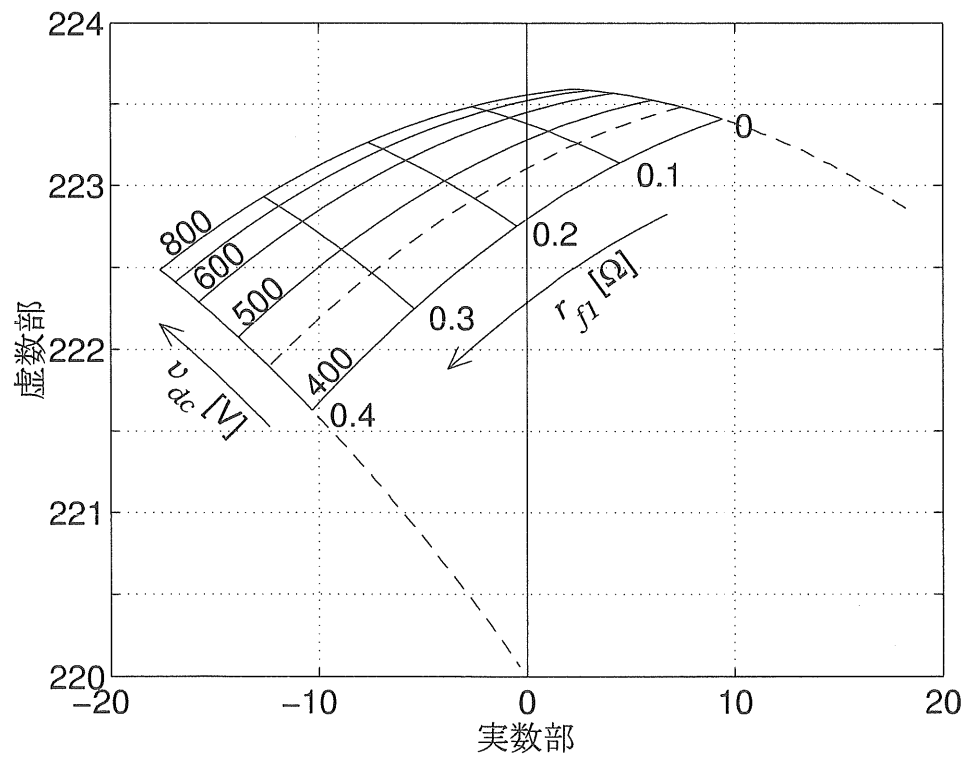
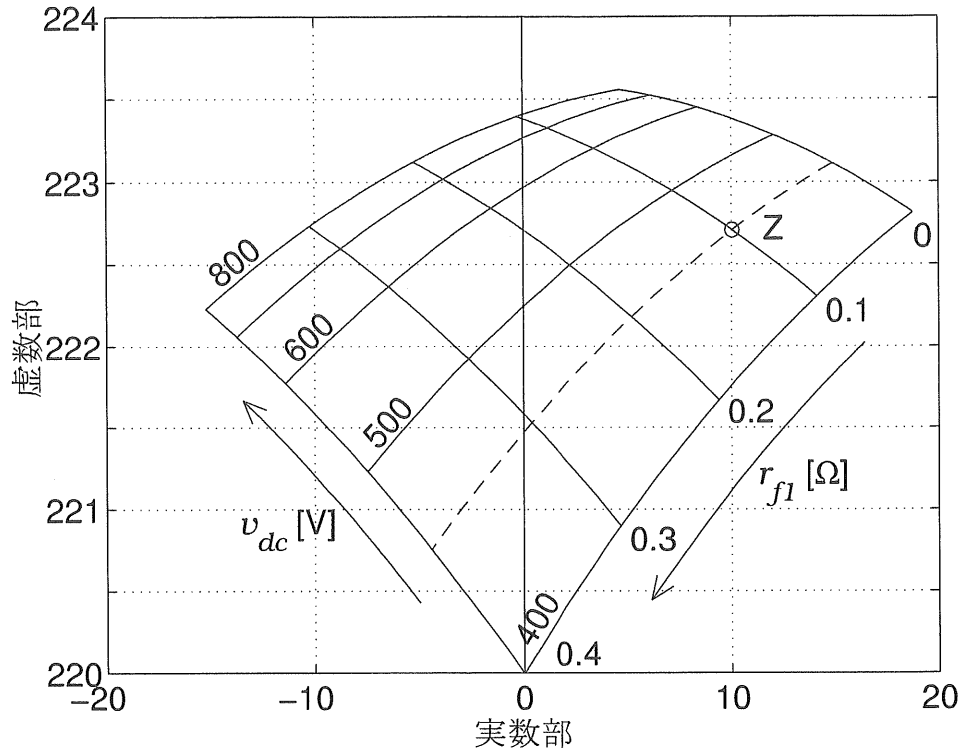


図 3.4: 未対策時の特性 ($P_L = 6\text{kW}$)


 図 3.5: 未対策時の特性 ($P_L = 12\text{kW}$)

3.3.2 対策1：速応性の調整による安定化

フィードフォワード、ダンピング回路の双方を無効 ($K_f = 0, K_d = 0$) にした最も基本的な構成で、電流、電圧制御器の速応性を調整するだけで安定にできる条件を検討してみる。ここで、速応性の程度を表現するパラメータとして、電流、電圧各ループの交差周波数 ω_{cc} , ω_{cv} を用いる。この交差周波数に対応する図 3.2 中の制御定数 K_c , K_v , T_c , T_v は次のように決定した。

$$K_c = \frac{\omega_{cc} L_{f2}}{a_8} \quad K_v = \omega_{cv} C_{f2} \quad T_c = \frac{5}{\omega_{cc}} \quad T_v = \frac{5}{\omega_{cv}} \quad (3.55)$$

ただし、 $a_8 = v_{f10}/V_{dc0} (\simeq v_{dc0}/V_{dc0})$ である。なお、電圧制御器は $K_r = \infty$ として比例積分要素にしている。

図 3.6～3.8 は、各種の負荷について ω_{cc} , ω_{cv} をパラメータとした根軌跡を示したものである。制御器の応答を遅くすると、図 3.5 の Z に相当する点を起点として、根は次第に安定域へ移行する。抵抗負荷や定電力負荷の場合には、その途中で、より不安定側に大きく移行する部分が存在するが、これは、電源電圧変化により電流が流れても、位相的に適合しない場合にはかえって逆効果になるためと思われる。また、応答を遅くする場合にも、電圧制御器だけでは十分な安定性を得ることはできず、電流制御器も遅くする方が効果が大きい。これは、電流制御器の速応性が良い場合には、電源電圧外乱による過渡電流を抑制しようとする作用が強く働くためと思われる。

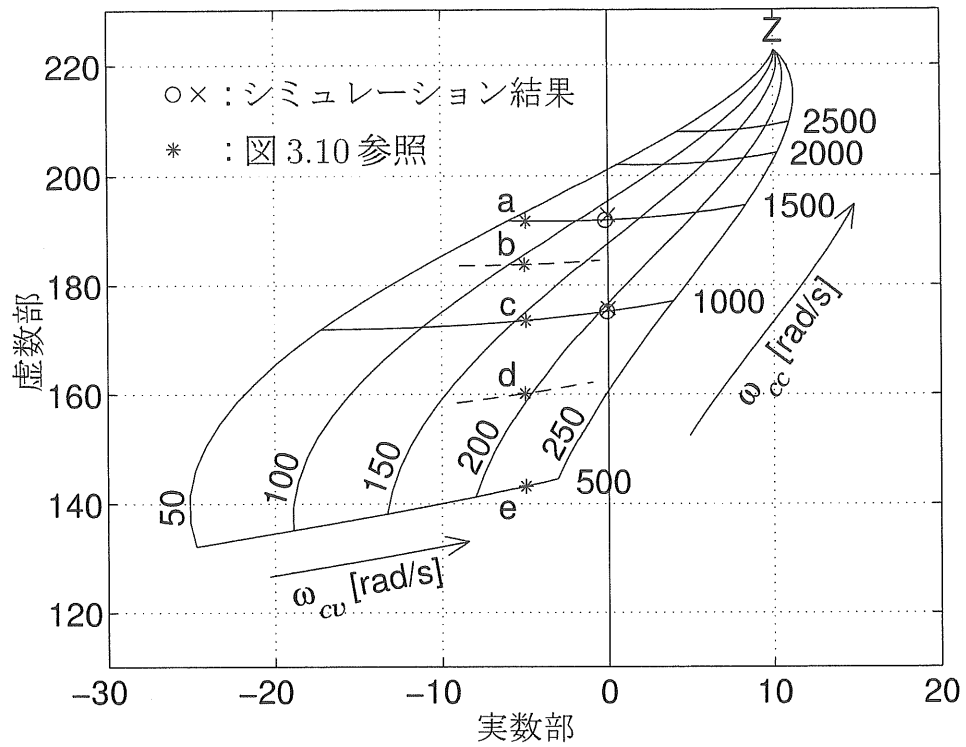


図 3.6: 対策 1 の効果 (モータ負荷)

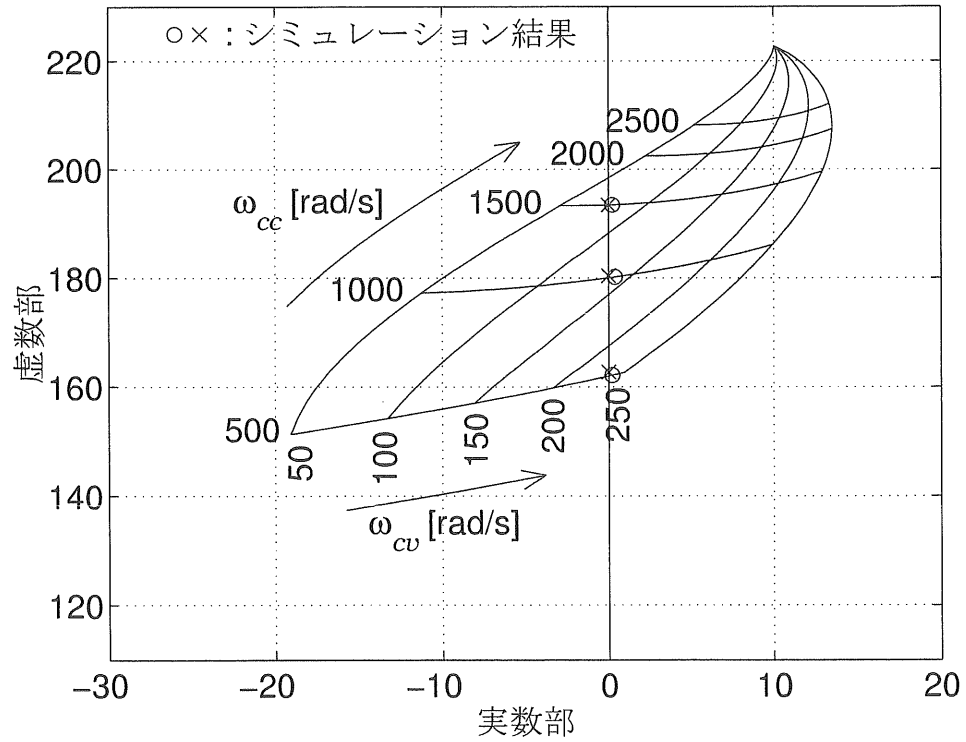


図 3.7: 対策 1 の効果 (抵抗負荷)

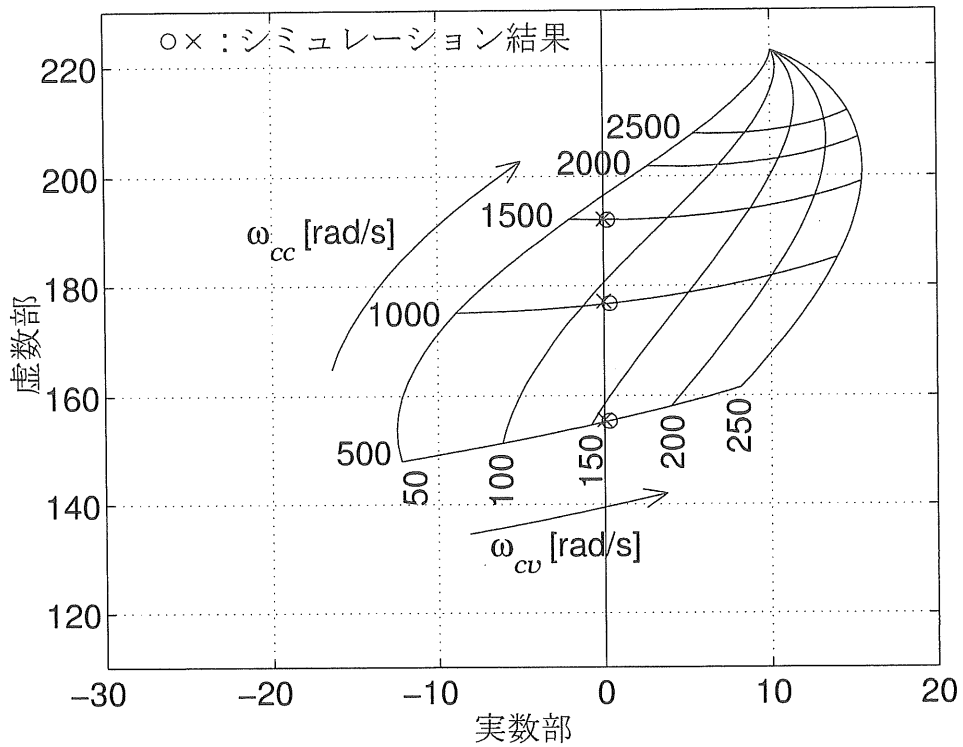


図 3.8: 対策 1 の効果 (定電力負荷)

これらの応答をどこまで遅くすれば十分かは、入力 LC フィルタの共振周波数にも関連しており、LC 共振周波数が下がるほど、制御器には低い応答速度が要求されるようになる。図 3.9 は、いずれの負荷でも根実数部が -5 以下の安定条件を満足できる $\omega_{cv} = 100$, $\omega_{cc} = 671$ の条件において、 L_{f1} , C_{f1} の値を大きくした場合の根軌跡である。(3.4) 式から判断すると、 L_{f1} と C_{f1} を比例して大きくすれば安定条件は変わらないように思われる。しかし、これは完全に定電力負荷とみなせる場合に成立する式であり、定電圧性を弱める対策をしている場合には適用できず、根軌跡は不安定側へ移動する。したがって、安定化のためには、制御器の応答速度をさらに落とさなければならない。

応答速度を下げて問題になるのは、チョップパの出力電圧変動などの過渡特性の低下である。図 3.6 中に、根実数部が目標の -5 を満たす点 a ~ e を * 印で示している。図 3.10 (a), (b) は、これらの各点に相当する設定における電源電圧外乱と負荷外乱に対する出力電圧 v_{f2} の応答波形である。これらは、前述の線形化後の状態方程式 ((3.44) 式) からルンゲクッタ法により求めたものである。なお、ここには 450[V] の電源電圧における応答を示しているが、より高電圧になったときには、ほぼそれに反比例して (a) の出力電圧変動は小さくなる。いずれにしても、2 種類の外乱に対する出力電圧変動を同時に最小にできる点は存在しない。各システムの要求に応じて ω_{cc} , ω_{cv} の最適な組み合わせを選定する必要がある。出力電圧変動をより低く抑えるためには、 C_{f2} の容量を大きくするのが効果的ではあるが、後述するように、安定性に関しては必ずしも良好な方向になるとは限らない。

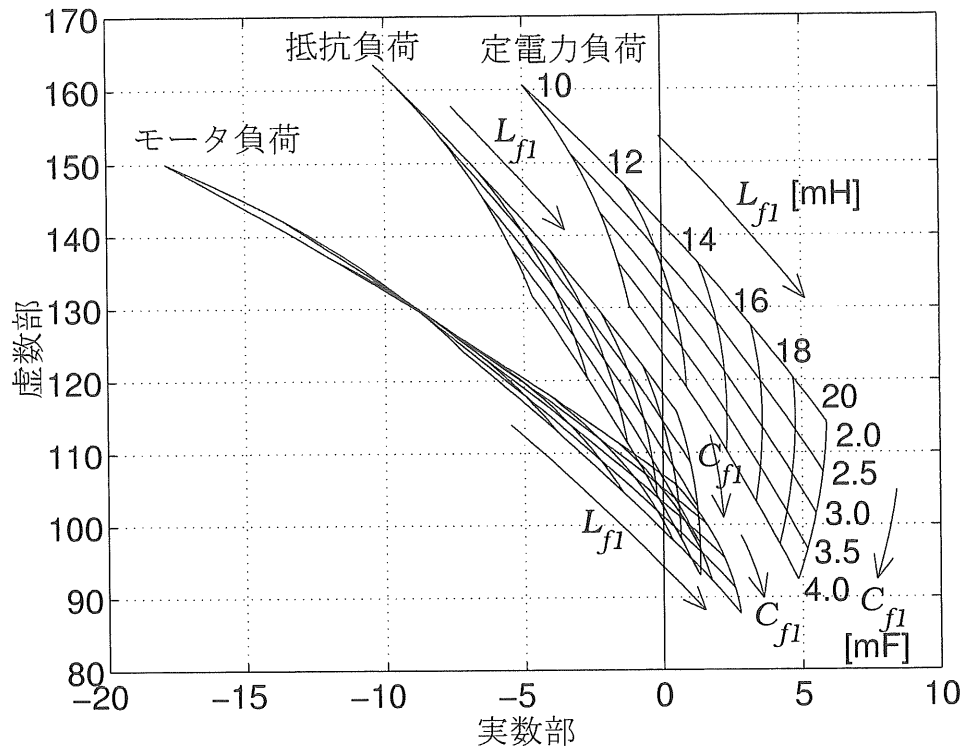


図 3.9: 入力フィルタ定数の影響

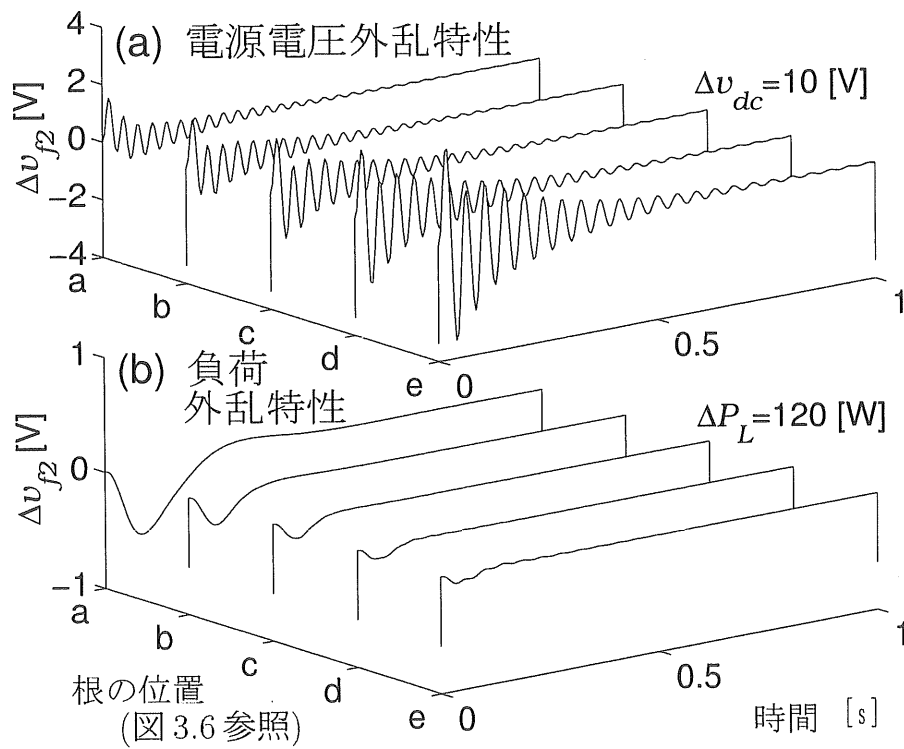


図 3.10: 出力電圧の過渡応答 (対策1)

本小節に限らない全般的な傾向であるが、図3.6～3.8でも分かるように、3種類の負荷のうちモータ負荷の場合に最も安定性が得やすい。モータ負荷の場合、近似的に電圧源と低抵抗の直列回路として作用するため、チョッパ出力電圧変動に対する応答電流が、他の負荷に比べて流れ易いためと考えられる。

また、この対策によると、より安定な点を選ぶために ω_{cc} を小さくした場合、図3.6～3.8に見られるように根の虚数成分がかなり小さくなり、入力フィルタの固有の共振周波数に比べ振動周波数が大きく低下する傾向がある。予期しない周波数成分の発生によって、低周波軌道リレーなどに障害が出ないように十分に注意する必要がある。

図3.11には、 L_{f2} 、 C_{f2} の値が安定性に及ぼす影響の一例を示す。これらの傾向は負荷の種類や他のパラメータ値によりかなり異なる。

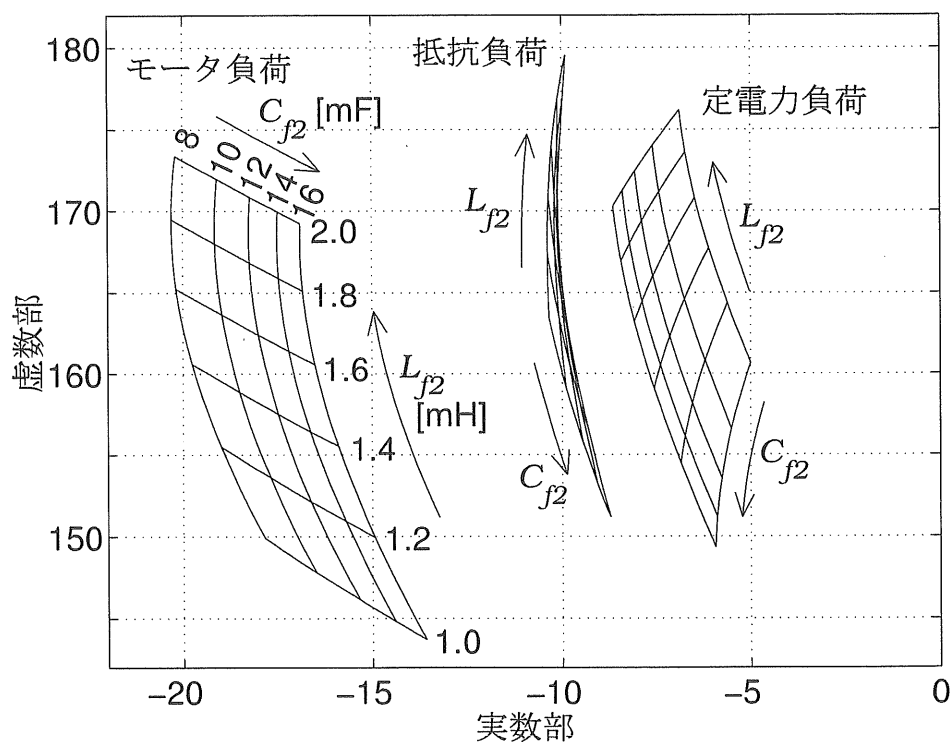


図 3.11: 出力フィルタ定数の影響

なお、(3.55)式の a_8 の値は電源電圧によって変化するため、制御器定数 K_c を一定にしても、 ω_{cc} の値は一定には保たれない。したがって、全動作範囲で常に安定な ω_{cc} や ω_{cv} が得られるように考慮して制御器定数を決定する必要がある。これを考慮し、3種類の負荷に共通的に対応できる最終的な定数として $K_v = 0.8$ 、 $T_v = 0.05$ 、 $K_c = 0.9$ 、 $T_c = 0.0075$ を選定し、電源電圧 v_{dc} とインバータ入力電力 P_L をパラメータにして描いた根軌跡を図3.12に示す。電源電圧によって根の虚数成分がかなり変化している。

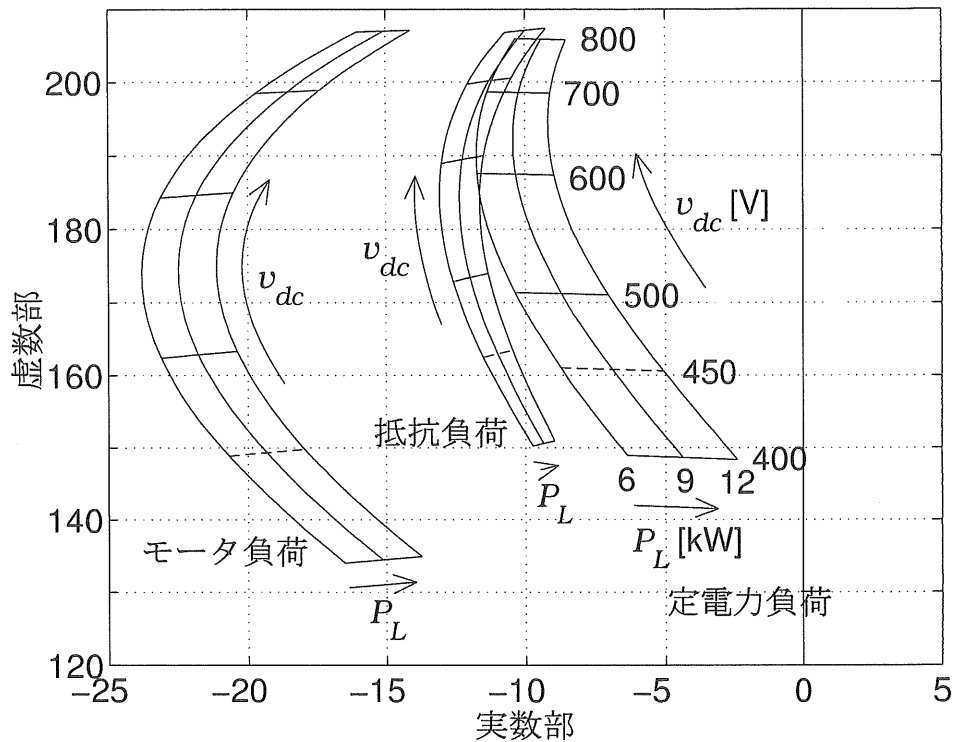


図 3.12: 対策 1 の最終特性

3.3.3 対策 2 : 定常偏差の付与による安定化

図 3.13 に、図 3.12 の 12kW の場合と同一条件で、電圧制御器として位相遅れ回路を用い、その定数 K_r を変化させて電圧制御に定常偏差が生じるようにした場合の根軌跡を示す。ここで、定常偏差 $R_{eg} (= (v_{f2}^* - v_{f2}) / v_{f2}^*)$ と K_r の関係は次に示すとおりである。

$$K_r = \frac{P_L}{v_{f2}^{*2} (1 - R_{eg}) R_{eg}} \quad (3.56)$$

本対策は、電源電圧が低い場合には安定化の効果が認められるが、電源電圧が高い場合には逆効果にもなる。使用条件に留意した適用が必要である。他の対策に比べて広汎な効果が得られない原因は、定常偏差によって定電圧特性を弱めた影響は、電源電圧の変化によっては直接的に現れず、負荷電流の変化を介して間接的に現れるためと思われる。

3.3.4 対策 3 : ダンピング回路による安定化

電圧フィードフォワードには、前述のように一部の制御特性を改善できる利点がある半面、定電力性が強化され、かえってハンチングは起こり易くなるという欠点がある。図 3.14 はこの様子を示すもので、速応性の調整による安定化を図ったシステムにおいて、 K_f の値を変化させフィードフォワードを徐々に強めていった場合の根軌跡である。

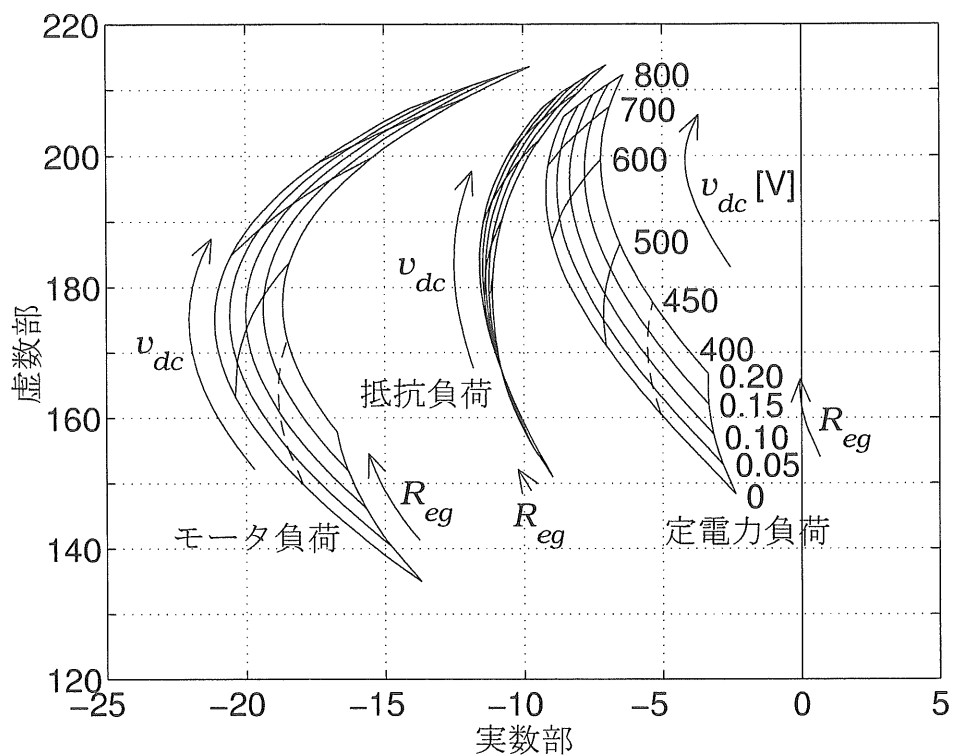


図 3.13: 対策2の効果

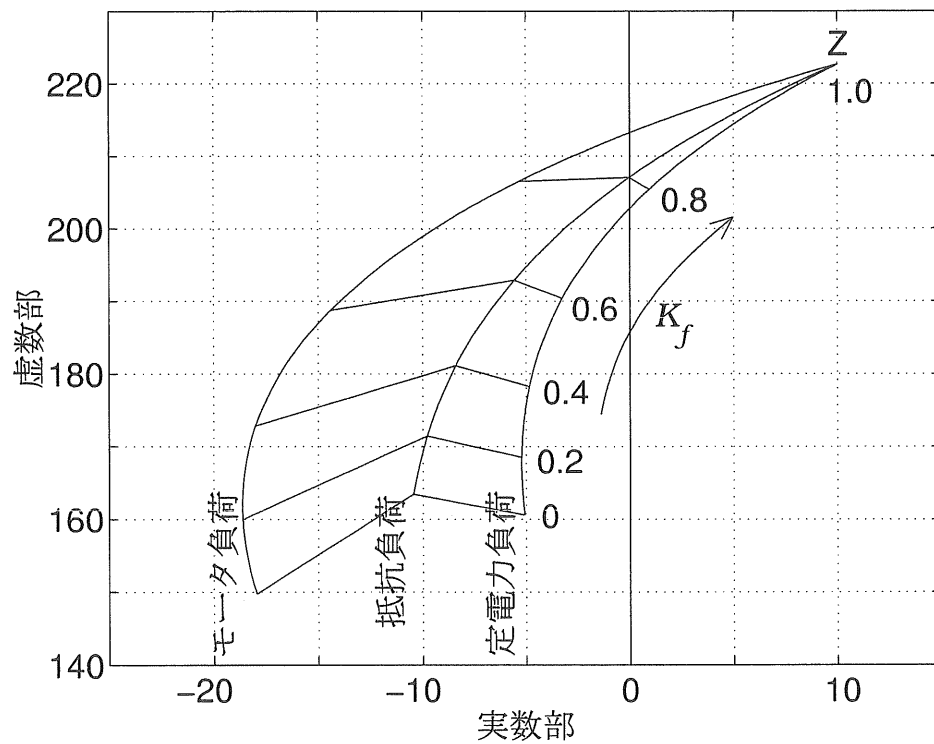


図 3.14: フィードフォワードの影響

本小節では、フィードフォワード・ゲイン K_f を 1.0 としたシステムにおいて、ダンピング回路を有効にすることにより安定化する方式を検討する。この方式では、チョッパ出力電流が電流指令値に高速に追従することが必要になるので、電流制御器の交差周波数はできるだけ大きく設定するのが理想である。したがって、ここでは、現在の電力素子のスイッチング特性や CPU の能力で無理なく実現できる速応性として、 ω_{cc} は 2600[rad/sec] に固定して考える。しかし、電圧制御器はその応答が速すぎると、ダンピング回路からの指令を抑制する方向に働くので、対策 1 と同様、ある程度低速に設定する必要がある。遅いほど安定化しやすいが、ここでは出力電圧の変動を過大にしない範囲の ω_{cv} の適正值として 200[rad/s] を選択した。なお、 ω_{cc} 、 ω_{cv} と制御器定数の関係には対策 1 で示した (3.55) 式がそのまま適用できるが、本対策においては、フィードフォワードの効果により $a_8 = 1.0$ となる。

図 3.15 ～ 3.17 は、以上の条件において、各種の負荷に対して、ダンピング回路のバンドパス・フィルタの高周波側の折点時定数 T_{d2} と通過域ゲイン K_d をパラメータにして描いた根軌跡である。なお、 T_{d1} は、図 3.18 に示すように大きいほど安定になるが、効果

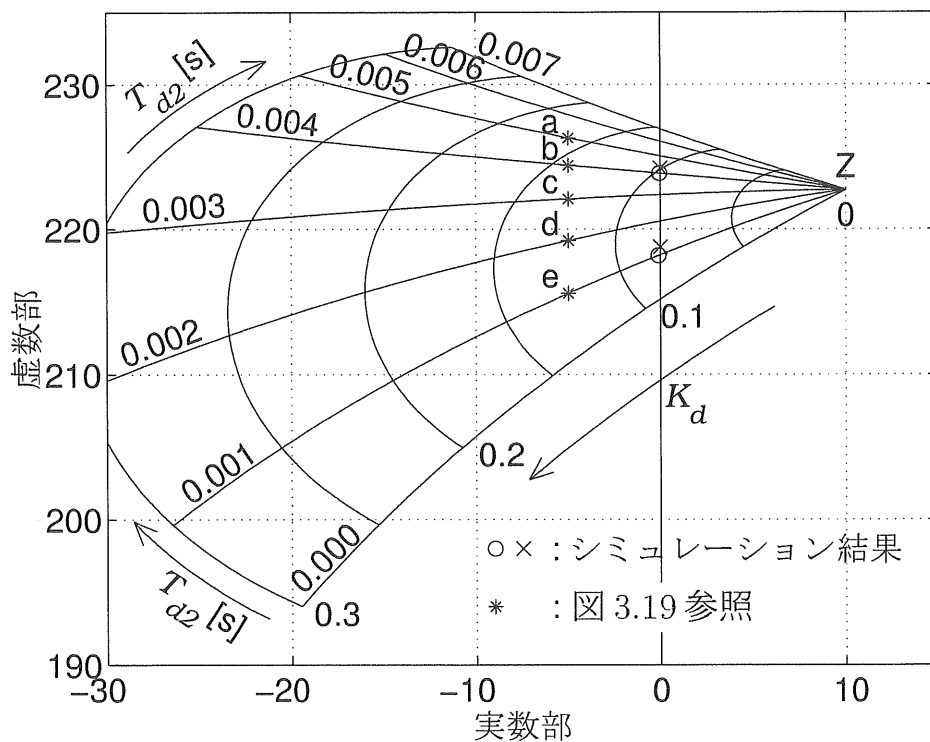


図 3.15: 対策 3 の効果 (モータ負荷)

は徐々に飽和する傾向にあるので適度な値に抑えることとし、ここでは $T_{d1}=0.02[s]$ に選んでいる。これらの図から、 T_{d1} と T_{d2} によって適切な通過域を選べば、ゲイン K_d を大きくすることにより十分な安定性が得られることが分かる。また、対策 1 と比べると、安定化による根の虚数成分の変化量はかなり小さく抑えることができる。

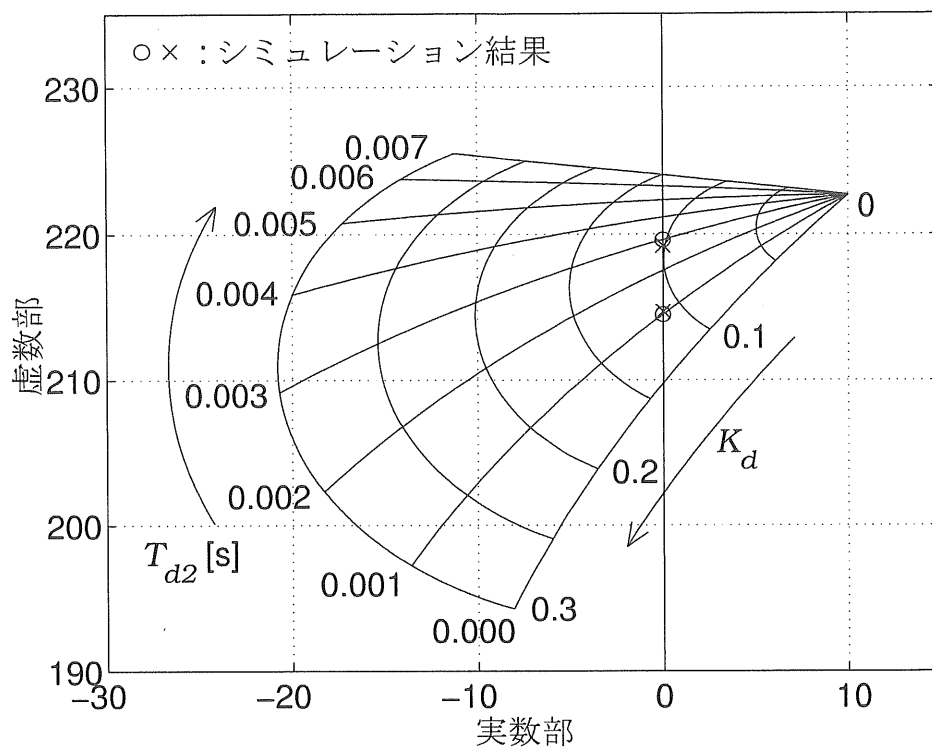


図 3.16: 対策 3 の効果 (抵抗負荷)

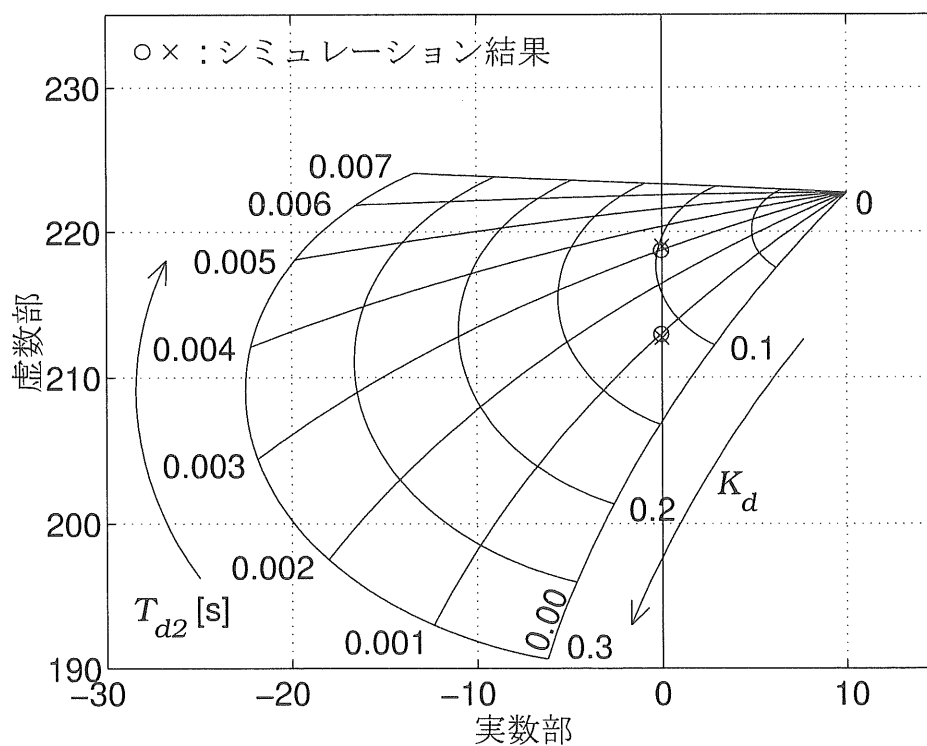
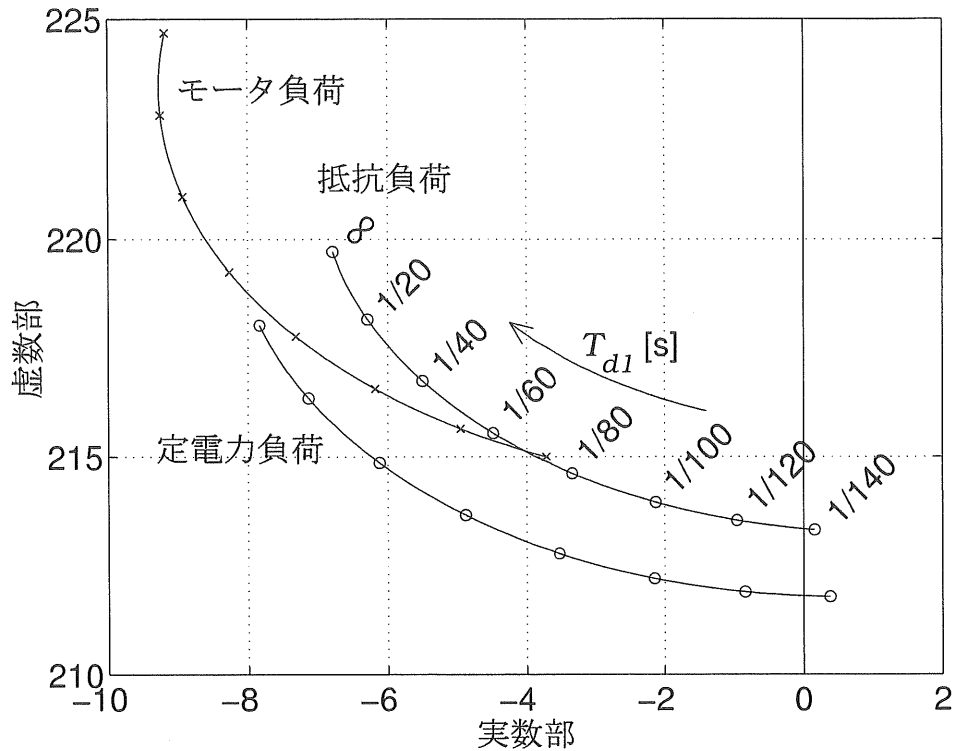


図 3.17: 対策 3 の効果 (定電力負荷)


 図 3.18: T_{d1} の影響

本方式においても、目標とする安定度を得るためのパラメータ値は、図 3.15 中に a～e で示すように各種の組み合わせが考えられる。図 3.19 (a),(b) は、これらの各点に対応する図 3.10 と同様の波形である。対策 1 の場合に比べて、出力電圧の変動量はかなり小さくなっており、電源電圧の動作点による特性の変化も非常に小さい。パラメータの組み合わせごとの差異はそれほど大きくはないが、 K_d の値が最低になる組み合わせで出力電圧変動が最小になるので、この点を選ぶのが最良と思われる。対策 1 では 2 つのパラメータ調整の自由度しかなかったものが、本対策では 3 つのパラメータが使用でき、より最適な設定が可能となっている。

図 3.15 ～ 3.17 から、どの負荷においても根の実部が -5 以下となる最適な定数として、 $T_{d2} = 0.0025$, $K_d = 0.15$ を選定する。図 3.20 は、この定数を用いて、電源電圧とインバータ入力電力をパラメータにして描いた各種の負荷における根軌跡である。対策 1 に比べて根の虚数成分の変化は小さいが、 P_L による実数成分の変化は比較的大きい。したがって、過負荷があるシステムに対策 3 を適用する場合には、定格点での安定性を、対策 1 の場合よりも高めにとっておくことが望ましい。チョッパの入出力フィルタ定数と安定性との関係は、本対策の場合にも対策 1 と類似の傾向にあるが、ここではデータは割愛する。

以上の結果から、広く効果が期待できる対策は、対策 1 あるいは対策 3 であることが分かる。その中でも、対策 3 は振動周波数の変化や定電圧性の劣化が小さい点で有利である。

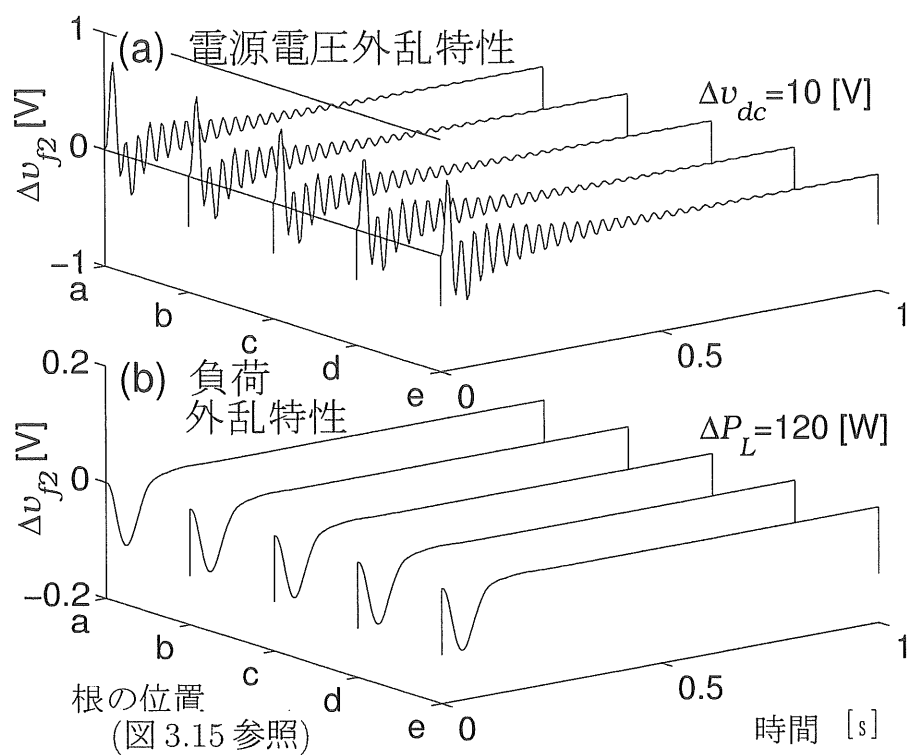


図 3.19: 出力電圧の過渡応答 (対策 3)

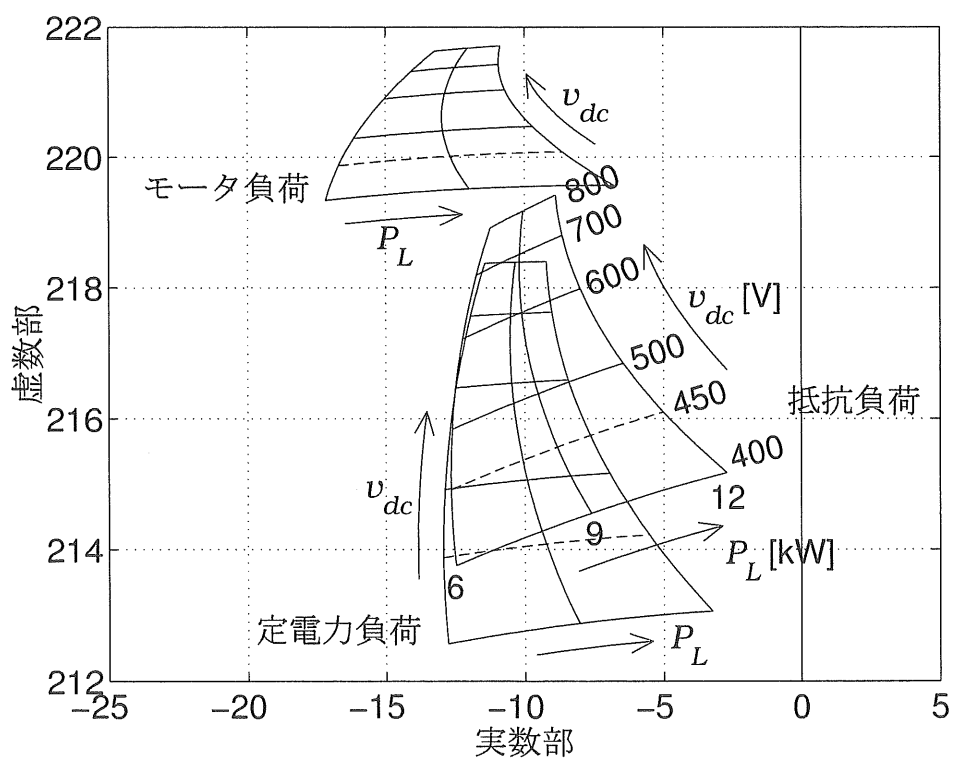


図 3.20: 対策 3 の最終特性

3.4 非線形シミュレーションによる確認

以上に述べた各種安定化対策の効果を実機で正しく評価するには、電源インピーダンスが正確に把握されており、しかも外乱の少ない直流電源を使用する必要がある。今回はこれらの条件を満足させるのが困難だったため、以上の検討結果の妥当性を、回路図入力方式のシミュレータであるPSIM (Powersim Technologies Inc.) 4.1を用いて確認した。図3.21はシミュレーションのための入力データである。なお、シミュレーションで使用したチョッパとインバータのスイッチング周波数は、それぞれ、6[kHz]、0.9[kHz] (定格速度にて) であり、シミュレーションの時間きざみは1[μ s]としている。

図3.22は、図3.20の場合と同様の最終定数を設定して、電源電圧450[V]時のモータ負荷についてPSIMで非線形シミュレーションし、MATLAB (The MathWorks, Inc.) によりプロットした結果である。できるだけ外乱を与えないように考慮して、より安定側の電圧である460[V]の定常状態まで2.5[s]で起動し、そこから外乱として-10[V]の電源電圧ステップを与えて、450[V]における安定性を確認している。図3.23は、図3.22と同一条件で K_d の値だけを変化させて得られた非線形シミュレーションによる電源の電圧・電流波形である。安定性の判別に必要な2.5～3.0秒の範囲だけを示している。この例では、応答が一定振幅の持続振動となる $K_d=0.0845$ が安定限界である。

この方式で、それぞれの対策方法や負荷の種類についてシミュレーションし、安定限界となるパラメータの組み合わせを求めて、それを図3.6～3.8、3.15～3.17中に○印で示している。根軌跡解析とシミュレーションが一致すれば、これらは虚軸上に存在することになるが、図から分かるように、ほぼその要件は満たされていると言える。また、図中に×印で示す点は、安定限界における振動波形の角周波数から求めたシミュレーション上の根の位置である。これらの各2点は比較的良く一致しており、根軌跡法による安定性の評価の妥当性が証明できた。

同時に、計算速度が速いという評価 ([22]) のあるPSIMが、この種の不安定問題に対しても有効であり、効率的な設計ツールになり得ることも確認できた。

なお、計算に要した時間は、Pentium III (Intel Corporation) , 500MHz, 64MB のパソコンにて、MATLAB 5.3 による図3.15の作図には15秒、格子点以外の補間計算を省いた場合には2秒、PSIMによる図3.22の実時間3秒間、時間きざみ1 μ sのシミュレーションには24分である。したがって、根軌跡法による設計を主体にし、シミュレーションでその他の要素まで含んだ最終確認を行うのが効率的である。

[注]: モデルにした実際の空調システムには二重チョッパが採用されている。本解析に使用した L_{f2} の値もこれに適合するように選定したものである。本論文では議論の複雑化を避け、標準的な降圧チョッパと組み合わせてシミュレーションしているため、一般的なシステムに比べチョッパの出力電流リップルは非常に過大なものとなっている。本研究のように重負荷時の安定性を検討する場合にはこのような条件でも問題はないが、軽負荷時の現象にまで範囲を拡張して検討する場合には、電流の断続により別の動作モードに入ることがあるので注意を要する。

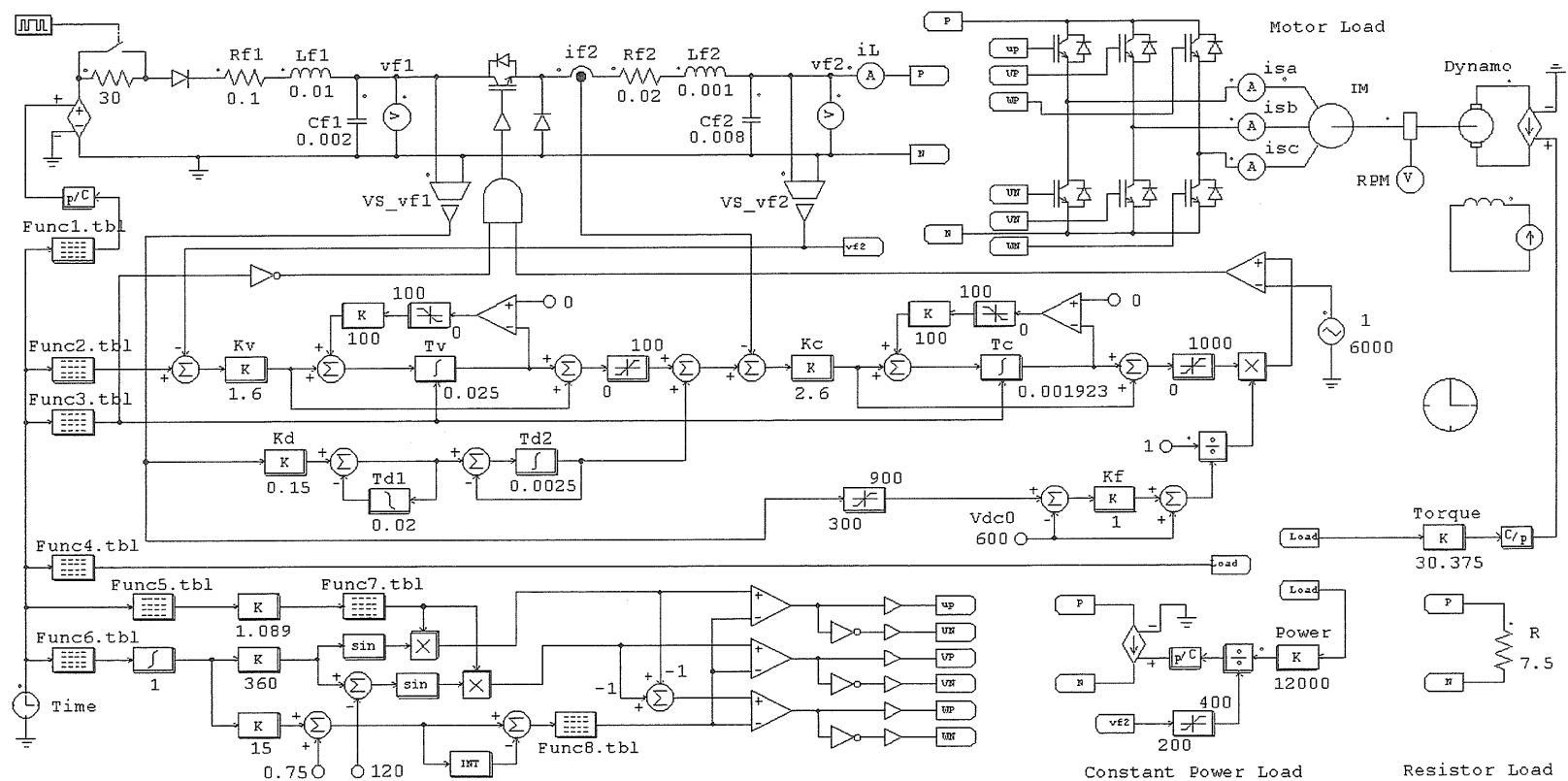


図 3.21: 非線形シミュレーション入力回路図

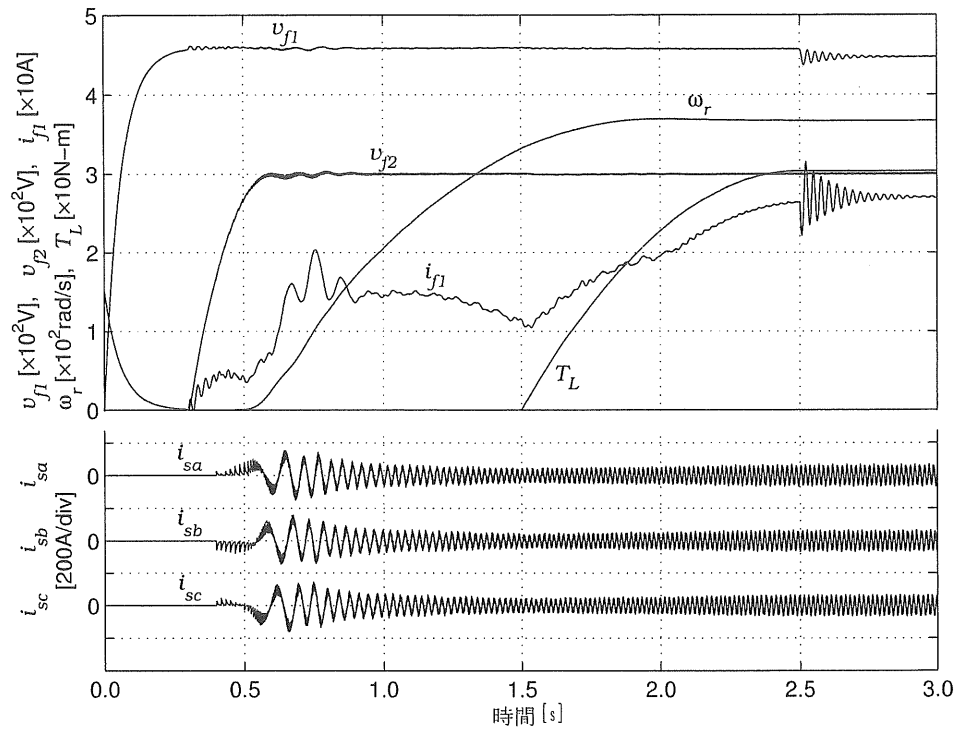


図 3.22: 非線形シミュレーション結果

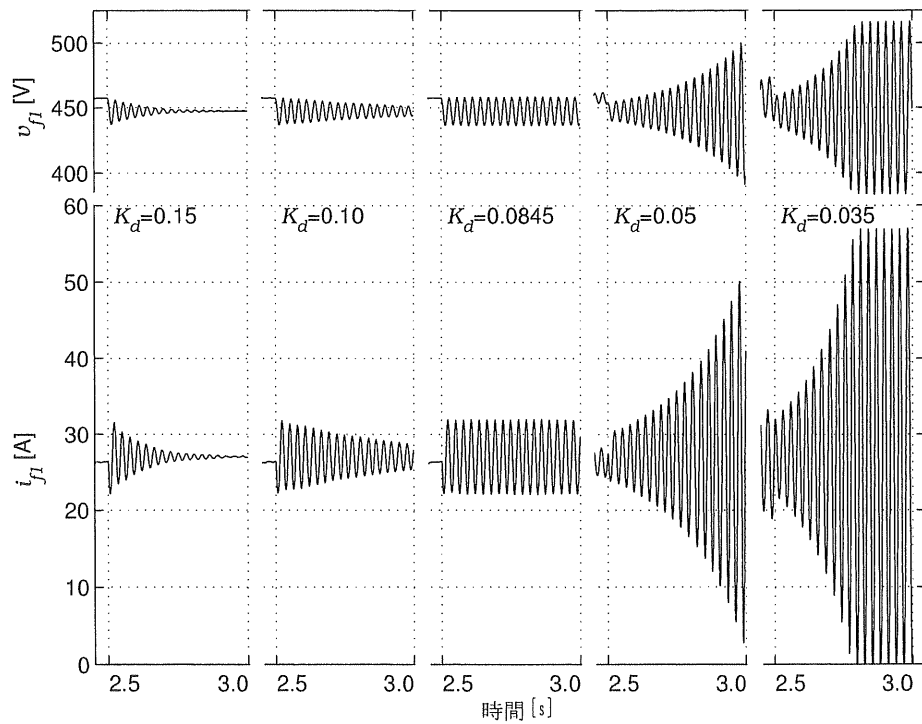


図 3.23: K_d をパラメータとしたステップ応答

第4章 誘導電動機のデジタルベクトル制御の安定性

4.1 基本システム

図4.1に電圧形インバータ駆動誘導電動機ベクトル制御システムのブロック図を示す。実際の応用では、このブロックの外部に速度制御ループが設けられ、定速度制御系が構

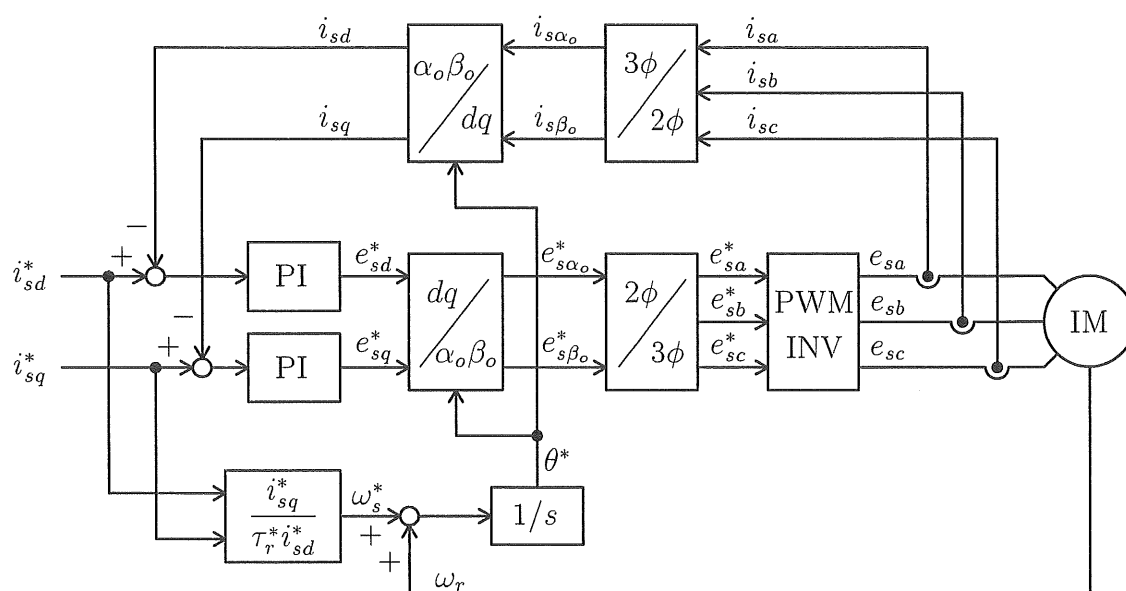


図 4.1: 誘導電動機のベクトル制御システム

成されるのが一般的である。しかし、本論文で着目する時間的離散化による不安定現象は、より高速応答を必要とする電流制御ループで問題となることが多いため、ここではこれに関与する部分のみを示している。回転するモータの現象を、図中の $\alpha\beta/dq$ 座標変換により一次周波数と同期した回転座標上で観測することにより、電流、電圧を直流量とみなして制御している。制御出力の二相電圧は、 $dq/\alpha\beta$ 座標変換と $2\phi/3\phi$ 変換により三相交流信号に再変換され、PWMインバータからモータに印加される。二相の各相 (d,q) に使用される電流制御器には、一般に同一の制御定数が設定されている。 $\alpha\beta/dq$ および $dq/\alpha\beta$ 座標変換に使用される θ^* は、モータ回転子の実回転角周波数 ω_r に、 i_{sd}^* , i_{sq}^* で決まる所要すべり角周波数 ω_s^* を加え、これを積分して得ている。

4.2 デジタル RL モデル

図4.2に最も簡単なデジタル電流制御系のモデルを示す。誘導電動機は、基本波よ

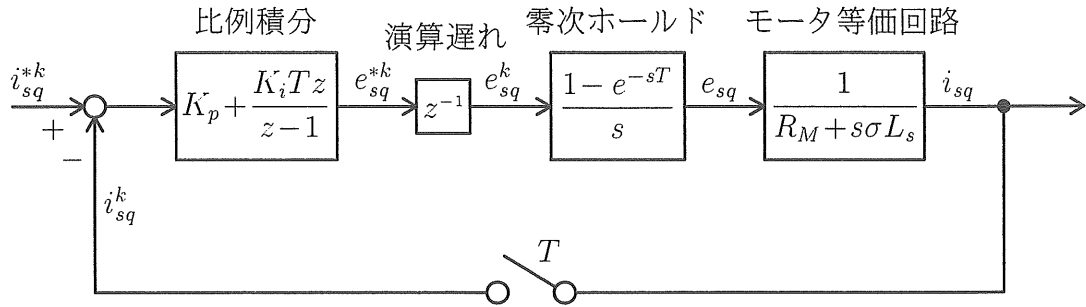


図 4.2: デジタル RL モデルのブロック図

り十分に高い周波数成分に対しては、一次・二次漏れリアクタンス σL_s と、一次・二次巻線抵抗 $R_s + (\frac{M}{L_r})^2 R_r$ が直列接続された等価回路で近似できる。この等価回路および電流制御器の定数は、 d 軸・ q 軸成分の双方とも同一であるため、システムの特性はいずれか一方の軸だけで代表して考えることができる。ここでは q 軸についてのブロック図を示している。サンプリング周期 T でサンプルされたモータ電流 i_{sq}^k は、電流指令値 i_{sq}^{*k} とつぎ合わされ、比例積分器により電圧 e_{sq}^k が演算される。これが、CPUの演算遅れを模擬した z^{-1} ブロックにより1サンプリング周期だけ遅れて出力され、零次ホールドされたあと、 e_{sq} としてモータの等価回路に印加される。電圧 e_{sq} を印加されたモータ等価回路の差分方程式は次のように表される。

$$i_{sq}^{k+1} = a \cdot i_{sq}^k + b \cdot e_{sq}^k \quad (4.1)$$

ただし、 $a = \exp(-R_M T / (\sigma L_s))$

$$b = (1 - a) / R_M$$

$$R_M = R_s + \left(\frac{M}{L_r}\right)^2 R_r$$

$$\sigma = 1 - M^2 / (L_s L_r)$$

L_s, L_r : モータの固定子・回転子の自己インダクタンス、

R_s, R_r : 同じく、巻線抵抗、

M : 固定子・回転子間の相互インダクタンス

なお、変数の右肩の添字 $k, k+1$ はサンプリング・ステップを表す。

電流制御器の積分要素の出力を w とし、積分のアルゴリズムとして後退オイラー法を採用すれば次式が得られる。

$$w^k = (i_{sq}^{*k} - i_{sq}^k) \cdot K_I T + w^{k-1} \quad (4.2)$$

ただし、 K_I : 積分ゲイン

これに比例成分が加えられた比例積分器としての出力は次のようになる。

$$e_{sq}^{*k} = (i_{sq}^{*k} - i_{sq}^k) \cdot K_P + w^k = (K_P + K_I T) \cdot (i_{sq}^{*k} - i_{sq}^k) + w^{k-1} \quad (4.3)$$

ただし、 K_P ：比例ゲイン

これが、1 ステップ遅れた次ステップで電圧 e_{sq} として出力されるので、次式が得られる。

$$e_{sq}^{k+1} = e_{sq}^{*k} = (K_P + K_I T) \cdot (i_{sq}^{*k} - i_{sq}^k) + w^{k-1} \quad (4.4)$$

(4.1),(4.2),(4.4) 式をまとめることにより、図 4.2 のモデルの離散時間系の状態推移方程式は次のように表される。

$$\begin{bmatrix} i_{sq}^{k+1} \\ e_{sq}^{k+1} \\ w^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b & 0 \\ -(K_P + K_I T) & 0 & 1 \\ -K_I T & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sq}^k \\ e_{sq}^k \\ w^{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_P + K_I T \\ K_I T \end{bmatrix} i_{sq}^{*k} \quad (4.5)$$

この式を次のように略記する。

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x}^k + \mathbf{b} \cdot i_{sq}^{*k} \quad (4.6)$$

これより、モータ電流は次のように表される。

$$i_{sq}^k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}^k = \mathbf{c} \cdot \mathbf{x}^k \quad (4.7)$$

各種のパラメータ値に対し、(4.6) 式中の行列 \mathbf{A} の固有値を求めて根軌跡を描けば、このシステムの安定性を判別することができる。

(4.6) 式は次数が低いため、コンピュータによる数値計算ではなく、手計算による安定判別も比較的容易である。この電流制御系のパルス伝達関数は次式のように表される。

$$\frac{I_{sq}(z)}{I_{sq}^*(z)} = \frac{\mathbf{c} \operatorname{adj}(z\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{b}}{|z\mathbf{I} - \mathbf{A}|} = \frac{\{(K_P + K_I T)z - K_P\}b}{z^3 - (1+a)z^2 + cz - K_P b} \quad (4.8)$$

ただし、 $c = a + (K_P + K_I T)b$

この分母を 0 と置いて得られた特性方程式を双一次変換すると、

$$\begin{aligned} & \left\{ \left(\frac{1+s}{1-s} \right)^3 - (1+a) \left(\frac{1+s}{1-s} \right)^2 + c \left(\frac{1+s}{1-s} \right) - K_P b \right\} (1-s)^3 \\ & = c_0 s^3 + c_1 s^2 + c_2 s + c_3 = 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

ただし、

$$c_0 = 1 + (1+a) + c + K_P b = 2 + 2a + (2K_P + K_I T)b$$

$$c_1 = 3 + (1+a) - c - 3K_P b = 4 - (4K_P + K_I T)b$$

$$c_2 = 3 - (1+a) - c + 3K_P b = (2K_P - K_I T + 2R_M)b$$

$$c_3 = 1 - (1+a) + c - K_P b = K_I T \cdot b$$

システムが安定となるためには、ラウスの安定判別条件より、 $c_0 > 0$, $c_1 > 0$, $c_2 > 0$, $c_3 > 0$, $c_1 c_2 - c_0 c_3 > 0$ が満足される必要がある。本システムでは、 $c_0 > 0$, $c_3 > 0$ は常に満足されるが、これ以外の条件より下記の 3 式がシステム安定化のための条件として求められる。

条件 $c_1 > 0$ より、

$$4 - (4K_P + K_I T)b > 0 \quad (4.10)$$

条件 $c_2 > 0$ より、

$$2K_P - K_I T + 2R_M > 0 \quad (4.11)$$

また、 $c_1 c_2 - c_0 c_3 = 8(R_M + K_P a - K_I T - bK_P^2)b$ ゆえ、条件 $c_1 c_2 - c_0 c_3 > 0$ より、

$$R_M + K_P a - K_I T - bK_P^2 > 0 \quad (4.12)$$

ところで、通常のシステムにおいては下記の近似が受け入れ可能である。

$$\left. \begin{array}{l} a \simeq 1 - R_s T / (\sigma L_s) \quad \text{したがって,} \quad b \simeq \frac{T}{\sigma L_s} \\ R_s \ll K_P \\ T \ll T_I \quad \text{したがって,} \quad K_I T \ll K_P \end{array} \right\} \quad (4.13)$$

ただし、 $T_I = K_P / K_I$

これらの近似を適用して上記の 3 条件をさらに変形すると、(4.10) 式より、

$$4 - (4K_P + K_I T)b \simeq 4 - (4K_P + K_I T) \frac{T}{\sigma L_s} \simeq 4 - 4K_P \frac{T}{\sigma L_s} > 0 \quad (4.14)$$

したがって、

$$K_P < \frac{\sigma L_s}{T} \quad (4.15)$$

一方、(4.11) 式は、

$$2K_P - K_I T + 2R_M \simeq 2K_P + 2R_M > 0 \quad (4.16)$$

となるが、この関係は常に成立するものである。

また、(4.12) 式は、

$$\begin{aligned}
 R_M + K_P a - K_I T - b K_P^2 &\simeq R_M + K_P \left(1 - \frac{R_M T}{\sigma L_s}\right) - K_I T - \frac{T}{\sigma L_s} K_P^2 \\
 &= R_M + K_P - K_I T - \frac{T}{\sigma L_s} (K_P^2 + K_P R_M) \simeq R_M + K_P - \frac{T}{\sigma L_s} K_P^2 \\
 &= R_M + K_P \left(1 - \frac{T K_P}{\sigma L_s}\right) > 0
 \end{aligned} \tag{4.17}$$

上式の関係は、(4.15) 式が成立していれば常に成り立つ。したがって、最終的に、(4.15) 式さえ満足できれば、本システムは安定であると判断できることになる。これは簡単な式ではあるが、後述のように非常に有効に利用できる。

4.3 デジタル $d-q$ モデル

ここで述べる方式は、電流形インバータをモデルにした辻氏らの文献 ([32] ~ [34]) の理論を、電圧形インバータに適用して得られたものである。図 4.1 のシステムにおいて、連続的に変化する角度 θ^* で回転している $d-q$ 座標軸上で観測し、目的の定常運転点の近傍で線形化したモータの状態方程式は次式のようなになる (第 5.1.1 小節参照)。

$$p \Delta \mathbf{x}_{dq} = \mathbf{A}_{dq} \Delta \mathbf{x}_{dq} + \mathbf{B}_{s1} \Delta \mathbf{u}_{s1} + \mathbf{B}_{s2} \Delta u_{s2} \tag{4.18}$$

$$\begin{aligned}
 \text{ただし、} \Delta \mathbf{x}_{dq} &= \begin{bmatrix} \Delta i_{sd} & \Delta i_{sq} & \Delta \psi_{rd} & \Delta \psi_{rq} \end{bmatrix}^T \\
 \Delta \mathbf{u}_{s1} &= \begin{bmatrix} \Delta e_{sd} & \Delta e_{sq} \end{bmatrix}^T, \quad \Delta u_{s2} = \Delta \omega^* \\
 \mathbf{A}_{dq} &= \begin{bmatrix} -a_1 & \omega^* & a_2/\tau_r & a_2\omega_r \\ -\omega^* & -a_1 & -a_2\omega_r & a_2/\tau_r \\ M/\tau_r & 0 & -1/\tau_r & \omega^* - \omega_r \\ 0 & M/\tau_r & \omega_r - \omega^* & -1/\tau_r \end{bmatrix} \\
 \mathbf{B}_{s1} &= \begin{bmatrix} 1/\sigma L_s & 0 \\ 0 & 1/\sigma L_s \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{B}_{s2} = \begin{bmatrix} i_{sq} \\ -i_{sd} \\ \psi_{rq} \\ -\psi_{rd} \end{bmatrix} \\
 a_1 &= \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{M^2}{\sigma L_s L_r \tau_r}, \quad a_2 = \frac{M}{\sigma L_s L_r}, \quad \tau_r = \frac{L_r}{R_r}
 \end{aligned}$$

ここでは、解析の簡略化のために、(4.18) 式の回転子の角速度 ω_r は一定と仮定しているが、必要に応じて ω_r の変化も考慮することは容易である。1 サンプル周期の期間 T 内では $\Delta \mathbf{u}_{s1}$ と Δu_{s2} は一定であると仮定すれば、(4.18) 式は次のような離散時間系の状態推移方程式に変換できる。

$$\Delta \mathbf{x}_{dq}^{k+1} = \Phi_{dq} \Delta \mathbf{x}_{dq}^k + \mathbf{G}_{dq} \mathbf{B}_{s1} \Delta \mathbf{u}_{s1}^k + \mathbf{G}_{dq} \mathbf{B}_{s2} \Delta u_{s2}^k \tag{4.19}$$

$$\text{ただし, } \Phi_{dq} = \exp(\mathbf{A}_{dq}T), \quad \mathbf{G}_{dq} = \int_0^T \exp(\mathbf{A}_{dq}t)dt$$

一方、ディジタル PI 電流制御器の積分要素の出力の挙動は、(4.2) 式に準じて次のように表現できる。なお、本モデルでは、 d, q 軸の両制御器について考慮が必要になるが、励磁電流成分の指令値 i_{sd}^* は一定と仮定して、 $\Delta i_{sd}^* \equiv 0$ としている。

$$\Delta \mathbf{z}^k = \mathbf{F}_{zz} \Delta \mathbf{z}^{k-1} + \mathbf{F}_{zx} \Delta \mathbf{x}_{dq}^k + \mathbf{F}_{zr} \Delta i_{sq}^{*k} \quad (4.20)$$

$$\text{ただし, } \mathbf{F}_{zz} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{zx} = \begin{bmatrix} -K_I T & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -K_I T & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{zr} = \begin{bmatrix} 0 \\ K_I T \end{bmatrix}$$

$$\Delta \mathbf{z} = \begin{bmatrix} \Delta w_d & \Delta w_q \end{bmatrix}^T$$

第 4.2 節のディジタル RL モデルと同様に、電流制御器の比例演算積分出力 e_{sd}^*, e_{sq}^* が、1 サンプル周期遅れて電圧 e_{sd}, e_{sq} として出力されるので、次の関係が成立する。

$$e_{sd}^{k+1} = e_{sd}^{*k}, \quad e_{sq}^{k+1} = e_{sq}^{*k} \quad (4.21)$$

したがって、(4.4) 式に対応する次の関係式が得られる。

$$\Delta \mathbf{u}_{s1}^{k+1} = \mathbf{F}_{ux} \Delta \mathbf{x}_{dq}^k + \mathbf{F}_{uz} \Delta \mathbf{z}^{k-1} + \mathbf{F}_{r1} \Delta i_{sq}^{*k} \quad (4.22)$$

$$\text{ただし, } \mathbf{F}_{ux} = \begin{bmatrix} -(K_P + K_I T) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -(K_P + K_I T) & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{F}_{uz} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_{r1} = \begin{bmatrix} 0 \\ K_P + K_I T \end{bmatrix}$$

回転座標軸の角速度 $\omega^* (= \Delta u_{s2})$ の線形化後の式は次のように表される。

$$\Delta u_{s2}^k = F_{r2} \Delta i_{sq}^{*k} \quad (4.23)$$

$$\text{ただし, } F_{r2} = 1/(\tau_r^* i_{sd}^*)$$

(4.19), (4.20), (4.22), (4.23) 式より、システム全体の線形化モデルは最終的に次式のように表される。

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_{dq}^{k+1} \\ \Delta \mathbf{u}_{s1}^{k+1} \\ \Delta \mathbf{z}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{dq} & \mathbf{G}_{dq} \mathbf{B}_{s1} & 0 \\ \mathbf{F}_{ux} & 0 & \mathbf{F}_{uz} \\ \mathbf{F}_{zx} & 0 & \mathbf{F}_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{x}_{dq}^k \\ \Delta \mathbf{u}_{s1}^k \\ \Delta \mathbf{z}^{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{dq} \mathbf{B}_{s2} F_{r2} \\ \mathbf{F}_{r1} \\ \mathbf{F}_{zr} \end{bmatrix} \Delta i_{sq}^{*k} \quad (4.24)$$

4.4 デジタル $\alpha - \beta$ モデル

(4.24) 式は、1 サンプル周期 T の期間内では、操作量 $\Delta \mathbf{u}_{s1}$ と Δu_{s2} は一定であると仮定して求められている。しかし、この間にも、モデルの $d - q$ 軸は角速度 ω^* で連続

的に回転しているので、モータの固定子端子に印加される三相電圧 e_{abc} は、 T の期間中でも連続的に変化していることになる。しかし、実際のシステムで実現されている PWM 制御では、 e_{abc} は T の期間中は一定で、各サンプリング時に不連続的に変化するような動きになる。本節では、この e_{abc} の動きまで考慮した離散化モデルを検討する。そのために、図 4.3 に示すように、各サンプリング時ごとに角度 $\theta_c^k (= \omega^{*k}T)$ のステップで階段状に回転する $\alpha - \beta$ 軸を導入する。この軸上においては、軸が回転しない 1 サンプリング

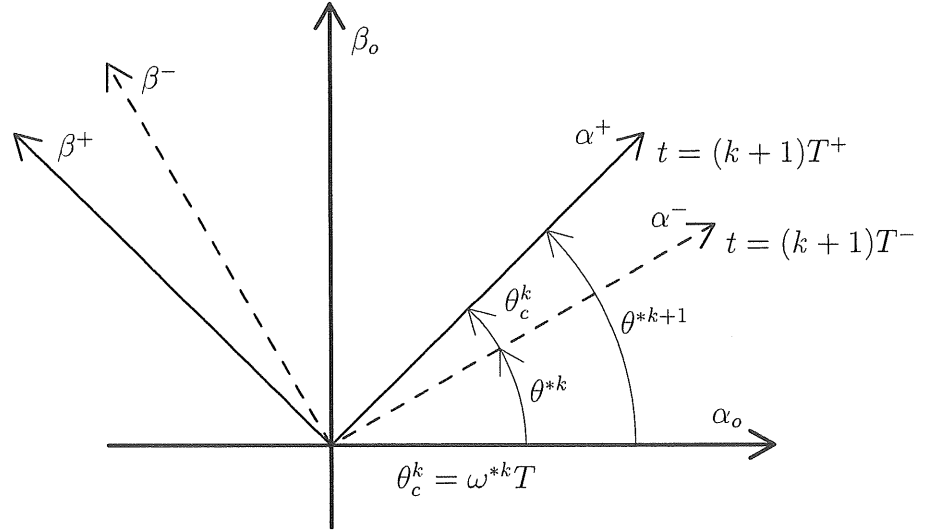


図 4.3: ステップ状に回転する $\alpha - \beta$ 軸

周期 T の期間内では、次のように、一般的に使用されている静止座標軸モデルの式を適用できる。これらは、(4.18) 式の ω^* や $\Delta\omega^*$ を 0 と置いた式に相当している。

$$p\mathbf{x}_{\alpha\beta} = \mathbf{A}_{\alpha\beta}\mathbf{x}_{\alpha\beta} + \mathbf{B}_{s1}\mathbf{u}_{\alpha\beta} \quad (4.25)$$

$$\text{ただし、} \mathbf{x}_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} i_{s\alpha} & i_{s\beta} & \psi_{r\alpha} & \psi_{r\beta} \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{u}_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} e_{s\alpha} & e_{s\beta} \end{bmatrix}^T$$

$$\mathbf{A}_{\alpha\beta} = \begin{bmatrix} -a_1 & 0 & a_2/\tau_r & a_2\omega_r \\ 0 & -a_1 & -a_2\omega_r & a_2/\tau_r \\ M/\tau_r & 0 & -1/\tau_r & -\omega_r \\ 0 & M/\tau_r & \omega_r & -1/\tau_r \end{bmatrix}$$

$kT^+ \leq t \leq (k+1)T^-$ の期間は $\mathbf{u}_{\alpha\beta}$ は一定であると仮定し、 $\alpha - \beta$ 軸は時刻 $t = (k+1)T$ において $\theta_c^k = \omega^{*k}T$ だけ回転することを考慮すれば、次式が成立する。

$$\mathbf{x}_{\alpha\beta}^{k+1+} = T\mathbf{x}_{\alpha\beta}^{k+1-} = \Phi_{\alpha\beta}\mathbf{x}_{\alpha\beta}^{k+} + G_{\alpha\beta}\mathbf{B}_{s1}\mathbf{u}_{\alpha\beta}^{k+} \quad (4.26)$$

$$\text{ただし, } \mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_s & 0 \\ 0 & \mathbf{T}_s \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_s = \begin{bmatrix} \cos \theta_c^k & \sin \theta_c^k \\ -\sin \theta_c^k & \cos \theta_c^k \end{bmatrix}$$

$$\Phi_{\alpha\beta} = \mathbf{T} \exp(\mathbf{A}_{\alpha\beta} T), \quad \mathbf{G}_{\alpha\beta} = \mathbf{T} \int_0^T \exp(\mathbf{A}_{\alpha\beta} t) dt$$

右肩の添字 $+/-$: サンプリングの直後/直前の値であることを示す。

電流制御器の比例積分演算結果を e_{sdq}^* とし、電圧出力の 1 サンプリング周期の遅れを考慮すると、 $\alpha - \beta$ 軸の電圧は次のように表される。

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta}^{k+1+} = \mathbf{T}_{\Delta} \mathbf{e}_{sdq}^{*k} \quad (4.27)$$

$$\text{ただし, } \mathbf{T}_{\Delta} = \begin{bmatrix} \cos \Delta\theta & -\sin \Delta\theta \\ \sin \Delta\theta & \cos \Delta\theta \end{bmatrix}, \quad \Delta\theta = \frac{1}{2} T \omega^{*k-1}$$

PI 電流制御器の動作は次のように記述できる。

$$\mathbf{z}^k = \mathbf{F}_{zz} \mathbf{z}^{k-1} + \mathbf{F}_{zx} \mathbf{x}_{\alpha\beta}^{k+} + \mathbf{F}_{zr} \mathbf{r}^{*k} \quad (4.28)$$

$$\text{ただし, } \mathbf{r}^{*k} = \begin{bmatrix} i_{sd}^{*k} & i_{sq}^{*k} \end{bmatrix}^T, \quad \mathbf{F}_{zr} = K_I T$$

(4.3) 式に準じて \mathbf{e}_{sdq}^{*k} を求め、(4.27) 式に代入すると次式が得られる。

$$\mathbf{u}_{\alpha\beta}^{k+1+} = \mathbf{T}_{\Delta} \mathbf{F}_{ux} \mathbf{x}_{\alpha\beta}^{k+} + \mathbf{T}_{\Delta} \mathbf{F}_{uz} \mathbf{z}^{k-1} + \mathbf{T}_{\Delta} \mathbf{F}_{ur} \mathbf{r}^{*k} \quad (4.29)$$

$$\text{ただし, } \mathbf{F}_{ur} = K_P + K_I T$$

最終的に、システム全体の離散化モデルは次のように表される。

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\alpha\beta}^{k+1+} \\ \mathbf{u}_{\alpha\beta}^{k+1+} \\ \mathbf{z}^k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_{\alpha\beta} & \mathbf{G}_{\alpha\beta} \mathbf{B}_{s1} & 0 \\ \mathbf{T}_{\Delta} \mathbf{F}_{ux} & 0 & \mathbf{T}_{\Delta} \mathbf{F}_{uz} \\ \mathbf{F}_{zx} & 0 & \mathbf{F}_{zz} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\alpha\beta}^{k+} \\ \mathbf{u}_{\alpha\beta}^{k+} \\ \mathbf{z}^{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{T}_{\Delta} \mathbf{F}_{ur} \\ \mathbf{F}_{zr} \mathbf{I} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sd}^{*k} \\ i_{sq}^{*k} \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

なお、上式は係数マトリクスに変数を含んでいないので既に線形であり、他のモデルで行うような定常動作点近傍での線形化処理は不要である。

4.5 計算結果

以上の 3 つのモデルの特性は、(4.5), (4.24), (4.30) 式を用いて、根軌跡や過渡応答波形を調べることによって知ることができる。状態推移行列のすべての固有値が z 平面上の単位円内に存在すれば、そのサンプル値系システムは安定となる。以下に、各モデルについて、これらの検討結果を示す。なお、この検討で用いた誘導電動機は、220V、4 極の 1.5kW 機で次のような定数のものである。

$$R_s = 1.3\Omega, \quad R_r = 1.06\Omega, \quad L_s = L_r = 0.12H, \quad M = 0.115H$$

また、比例ゲイン K_P の大きさに関わらず、電流制御系の閉ループ特性が常に一次遅れ系となるように、PI 制御器の折れ点時定数 T_I は次のように選んだ。

$$T_I = \sigma L_s / R_M \quad (4.31)$$

図 4.4 ～ 4.6 は、それぞれ、 RL モデル、 $d-q$ モデル、 $\alpha-\beta$ モデルについて、サンプリング時間 T を固定して PI 電流制御器の比例ゲイン K_P を変化させたときの根軌跡を描いたものである。図 4.4 では K_P が 47.9 を超えると、根が単位円の外部に存在するよう

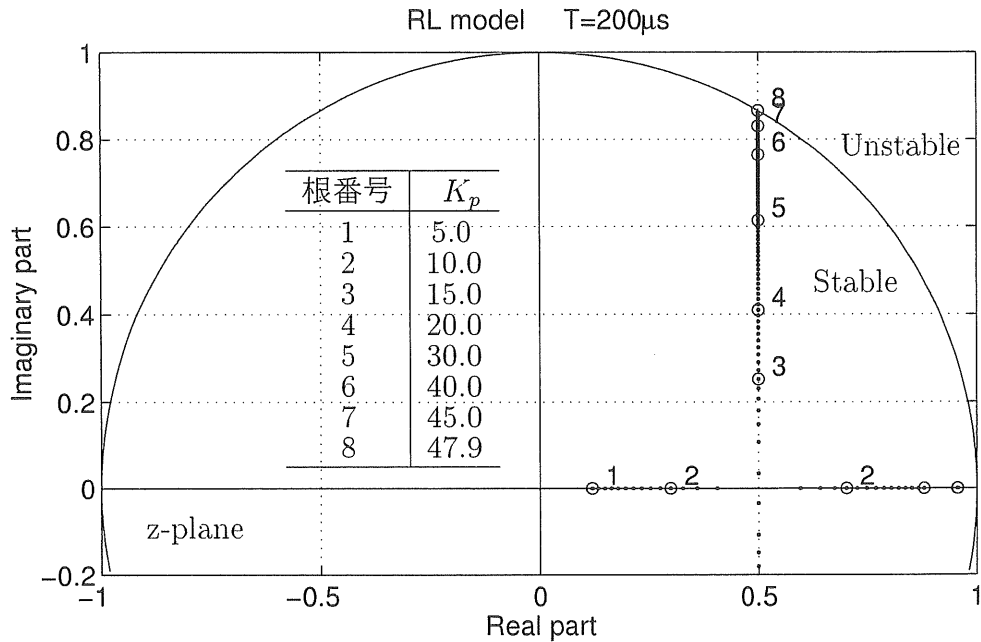


図 4.4: (a) z 平面上の根軌跡 (パラメータ: K_P) RL モデル

になり、このシステムは不安定になる。図 4.5, 4.6 においても類似の結果が得られるが、 d 軸と q 軸の両電流制御系の存在により、安定性に関与する根が 2 つに増えている。両図より、 $d-q$ モデルで得られた結果は、 $\alpha-\beta$ モデルで得られた結果と良く一致していることが分かる。

図 4.7 ～ 4.9 は、それぞれ、 RL モデル、 $d-q$ モデル、 $\alpha-\beta$ モデルについて、電流制御器のゲインを一定に保ち、サンプリング周期 T を変化させたときの根軌跡を描いたものである。本図から、 T がある程度以上に大きくなるとシステムが不安定になることが詳細に読みとれる。ディジタル RL モデルによる安定限界点の T の値と、ディジタル $d-q$ あるいはディジタル $\alpha-\beta$ モデルによるそれとの差は約 16% 程度と比較的小さい。

図 4.10 ～ 4.13 は、PWM 動作も詳細に考慮したシミュレーションから得られた動作波形である。この解析では、スイッチング素子は理想スイッチとして扱っているが、このスイッチングによる電流リップルは詳細に考慮されている。ここには、安定限界における、トルク電流指令のステップ変化に対する過渡応答波形が示されている。図 4.10, 4.11 は、それぞれ、モータ速度が 100rpm, 1500rpm における安定限界の K_P 値での波形を示している。これらの結果から得られた安定限界のゲインや振動周波数は、図 4.5, 4.6 の根軌跡による

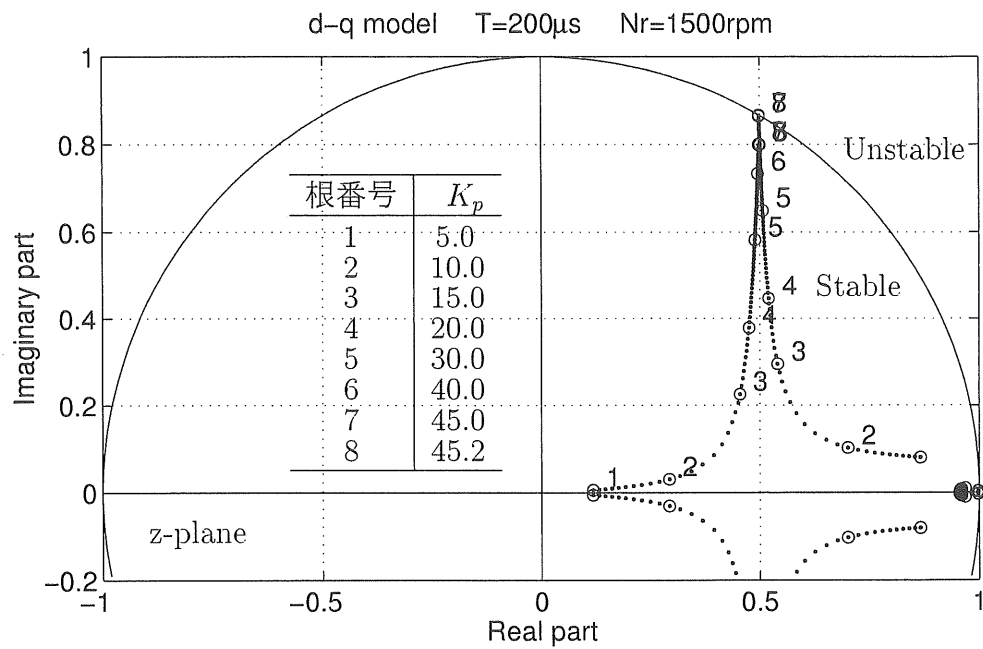


図 4.5: (b) z 平面上の根軌跡 (パラメータ: K_p) d-q モデル

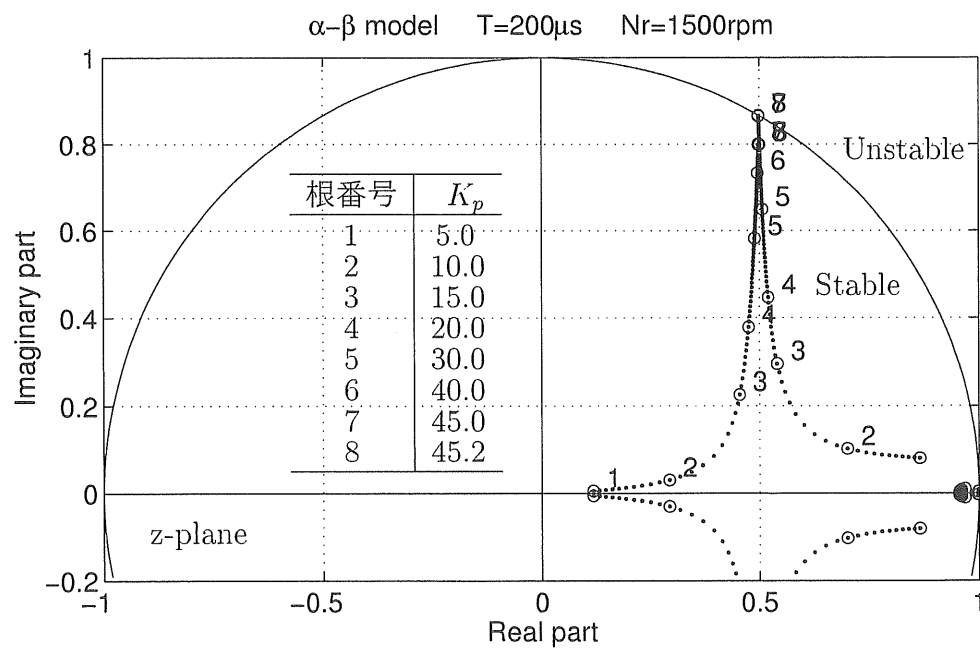


図 4.6: (c) z 平面上の根軌跡 (パラメータ: K_p) α - β モデル

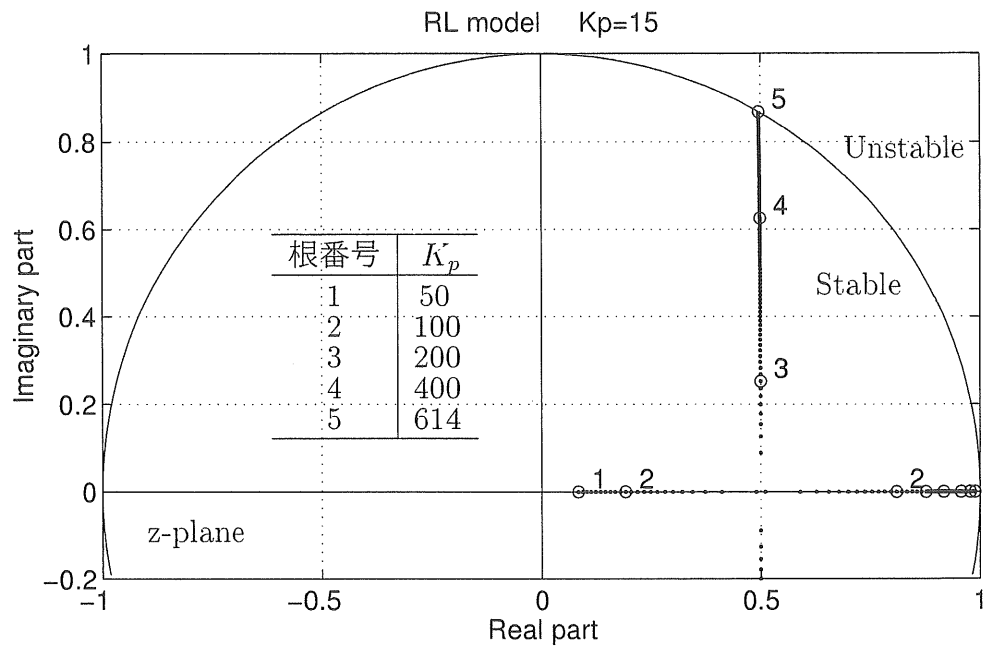


図 4.7: (a) z 平面上の根軌跡 (パラメータ: T) RL モデル

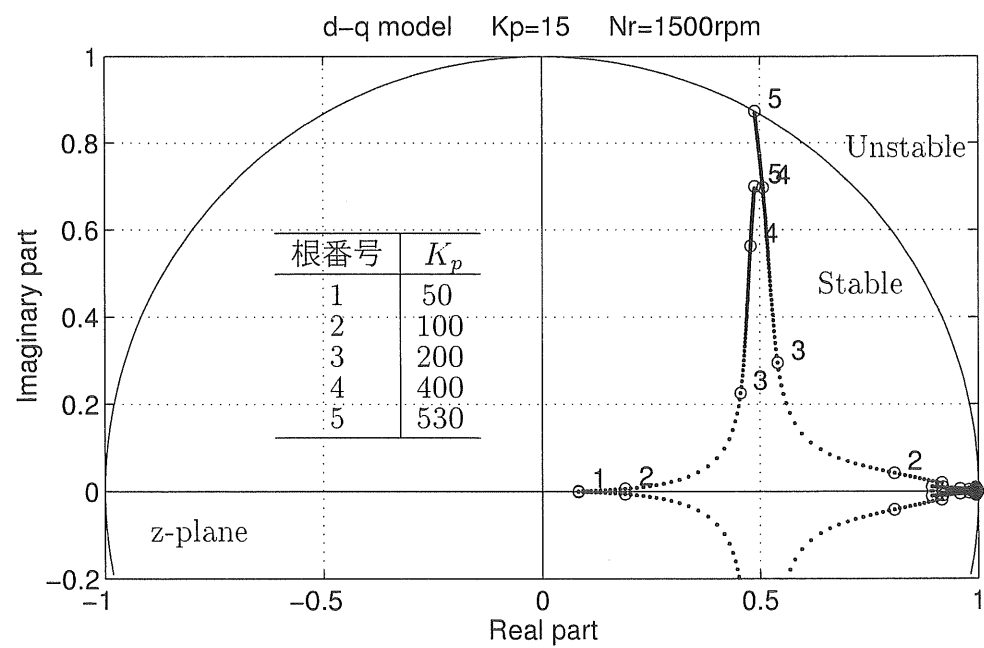
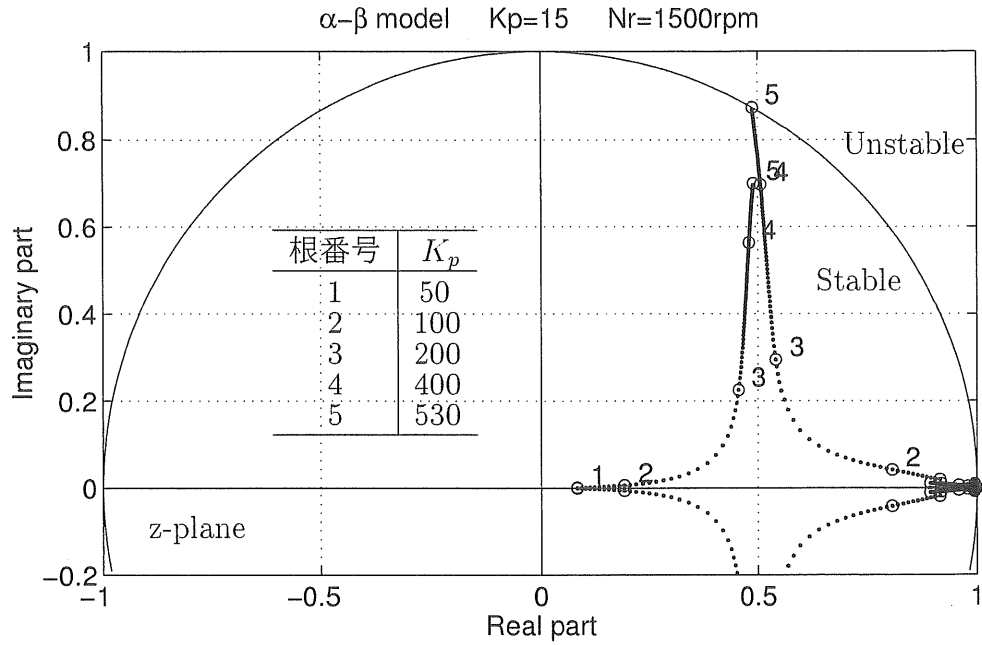
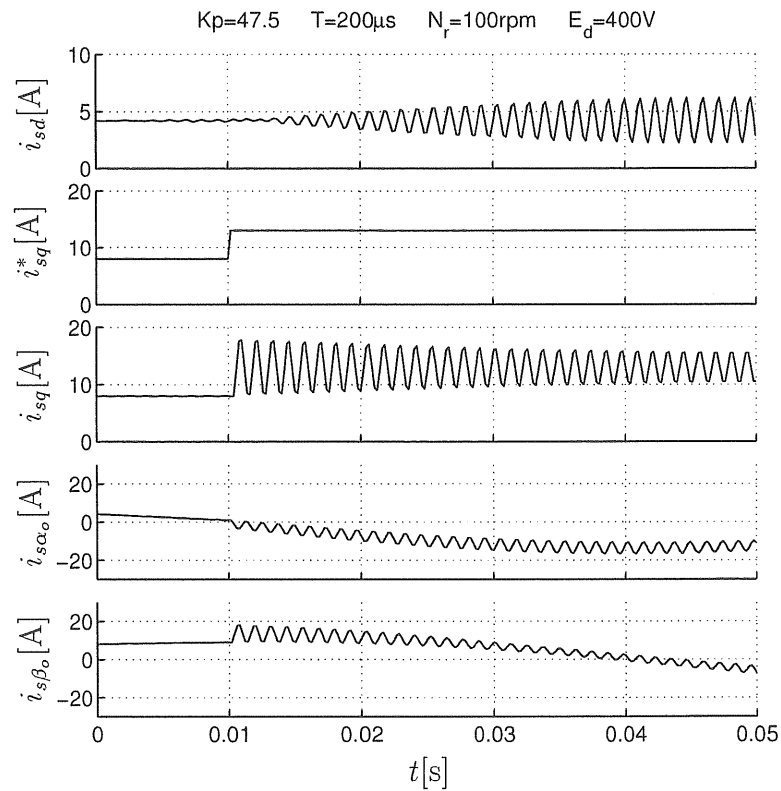
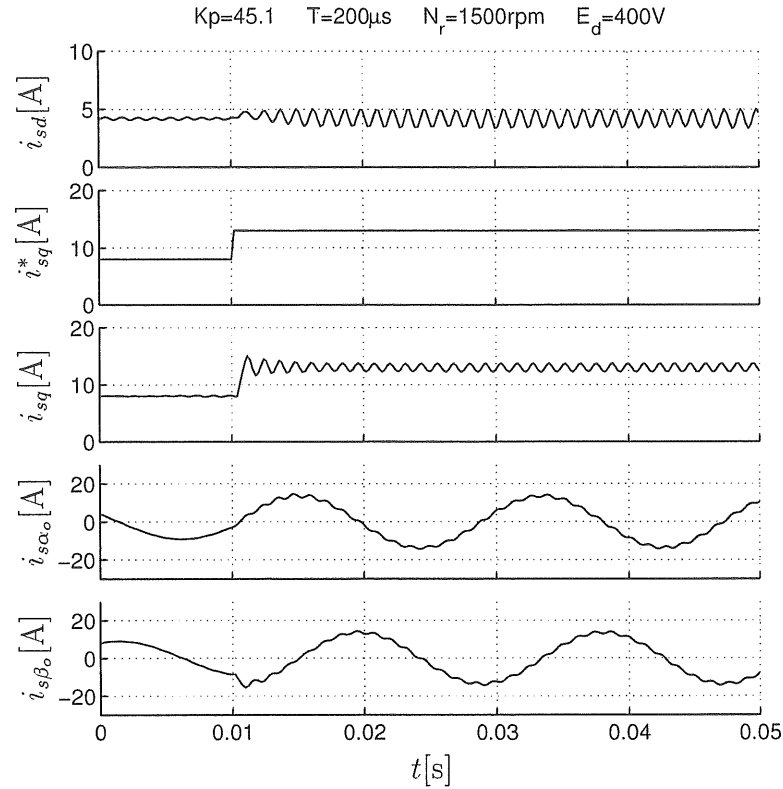


図 4.8: (b) z 平面上の根軌跡 (パラメータ: T) $d-q$ モデル


 図 4.9: (c) z 平面上の根軌跡 (パラメータ : T) α - β モデル

 図 4.10: (a) 詳細 PWM モデルによる安定限界の K_p (100rpm)


 図 4.11: (b) 詳細 PWM モデルによる安定限界の K_P (1500rpm)

評価と良く一致している。同様に、安定限界の T における過渡応答波形を図 4.12, 4.13 に示す。これらの結果も、図 4.8, 4.9 の根軌跡による評価と良く一致している。

表 4.1 には、各種のモデルから求められた安定限界のパラメータ値をまとめて示している。この表から、 $d-q$ モデルあるいは $\alpha-\beta$ モデルで得られた結果には、PWM モデルによる詳細シミュレーションの結果と殆ど差が認められず、これらの両モデルの正当性が確認できた。また、 $d-q$ モデルと $\alpha-\beta$ モデルによる結果にはほとんど差が無いことから、一般には、モータ座標軸は連続的に回転しているとみなして検討すれば良いことも分かる。さらに、次数の低い RL モデル、および、これより得られた非常に簡単な (4.15) 式の判別式でも、特にモータの回転数が低い場合には、他の詳細なモデルによる結果と大きな差が認められず、概略検討には効率良く利用できることが分かった。しかし、モータ速度が高くなると、 RL モデルから求めた T の値よりも幾分小さ目のサンプリング時間が必要になるので注意を要する。

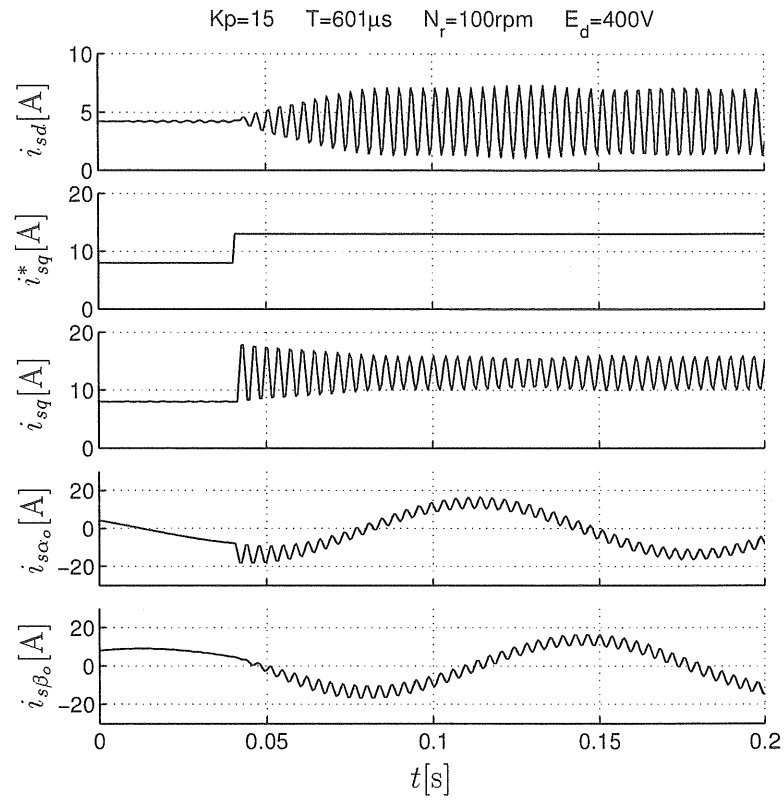


図 4.12: (c) 詳細 PWM モデルによる安定限界の T (100rpm)

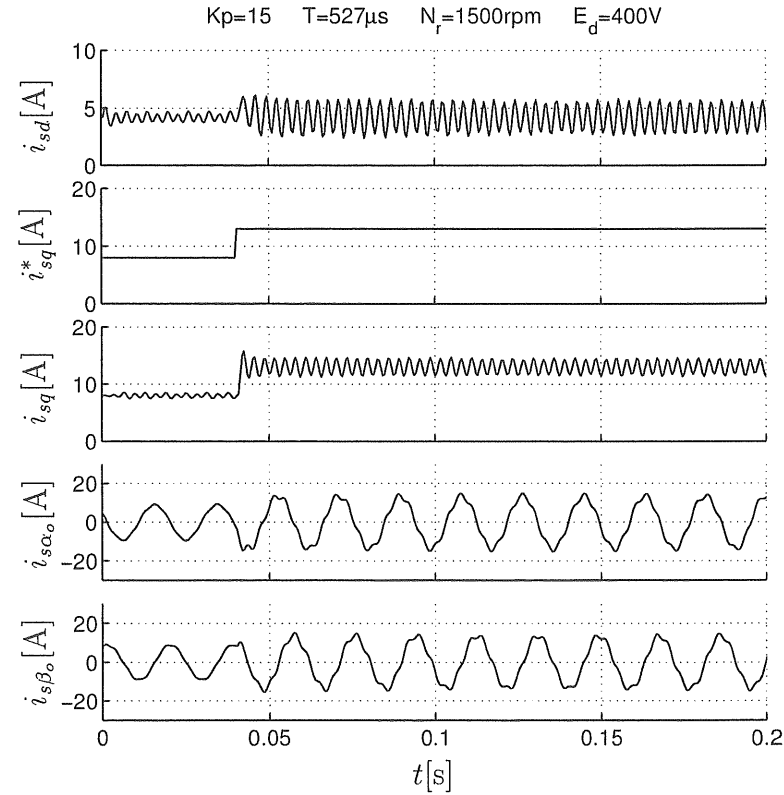


図 4.13: (d) 詳細 PWM モデルによる安定限界の T (1500rpm)

表 4.1: 各種のモデルによる安定限界値

パラメータ モデル	回転速度 [rpm]	K_p ($T = 200\mu s$)	$T[\mu s]$ ($K_p = 15.0$)
RL モデル (4.15) 式)	—	49.0	653
RL モデル (4.5) 式)	—	47.9	614
$d - q$ モデル	100	47.6	603
	500	46.9	581
	1500	45.2	530
$\alpha - \beta$ モデル	100	47.6	603
	500	46.9	581
	1500	45.2	530
PWM モデル	100	47.5	601
	500	46.9	579
	1500	45.1	527

第5章 インバータの短絡防止時間による誘導電動機の不安定現象

5.1 モータ単体の安定性

図 5.1 に汎用インバータ駆動誘導電動機の基本構成を示す。本章の目的は、このシステム全体の安定性を検討するために、システムの各構成要素について安定性に関与する特性を詳細に見直すことにある。

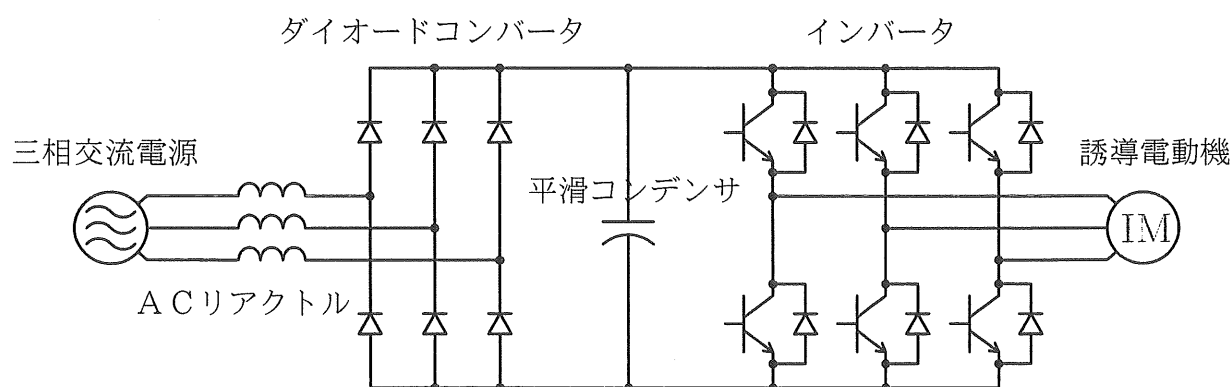


図 5.1: 汎用インバータ駆動モータシステム

モータの定数次第では、図 5.2 のような理想三相交流電源で駆動される三相誘導電動機でも、軽負荷時に不安定現象を起こすことは古くから知られ、解析、報告もされている ([37])。

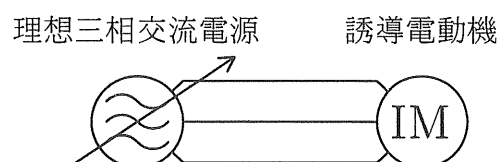


図 5.2: 理想電源によるモータ駆動

これはインバータとは関係しない安定問題であることを明示するために、ここでは「モータ単体の安定性」と表現する。インバータ運転による安定性を議論する以前の問題ではあるが、両者の関連を明確にするためには、この現象について事前に十分に把握しておく必要がある。

この安定性は、誘導電動機の一般的な状態方程式の特性マトリクスの固有値の実部の極性により判別できる。モータ単体の方程式なので、運動方程式を含めても 5×5 の小規模行列であり、パラメータもそれほど多くはない。しかし、従来は、安定上好ましくないモータ定数の組み合わせについて、総括的・定量的に明示されたデータは見られなかった。モータの容量や用途によっては、定石どおりの標準設計さえしていれば、このような危険な定数の組み合わせは起こらないことも多く、それだけに油断しがちで、特殊なケースにおいては問題が表面化することも懸念される。したがって、ドライブシステムの設計検討の基礎資料として、これらのデータを整備しておくことには大きな意義がある。

5.1.1 誘導電動機の状態方程式

モータ単体の安定性の検討のためだけであれば、状態変数として採用する変数は特定のものに限定しなくても不都合は生じない。しかし、本論文では既に他の章においても、一貫して状態変数を i_{sd} , i_{sq} , ψ_{rd} , ψ_{rq} に選んだ状態方程式を誘導電動機の自明の基本式として使用している。したがって、本章でも同一の状態変数を持つ状態方程式を使用することとし、より一般的な基本式からの導出過程をここでまとめて明示しておく。

角速度 ω で回転する座標から観測した誘導電動機の動作を、固定子電流・回転子電流を状態変数にして表すと次式のような基本式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \dot{v}_{sd} \\ \dot{v}_{sq} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + pL_s & -\omega L_s & pM & -\omega M \\ \omega L_s & R_s + pL_s & \omega M & pM \\ pM & -(\omega - \omega_r)M & R_r + pL_r & -(\omega - \omega_r)L_r \\ (\omega - \omega_r)M & pM & (\omega - \omega_r)L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \quad (5.1)$$

状態変数として、回転子電流 i_{rd} , i_{rq} の代わりに回転子磁束 ψ_{rd} , ψ_{rq} を用いると、両変数間の関係式は次のようになる。

$$\begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ M & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M & 0 & L_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ M & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M & 0 & L_r \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -M/L_r & 0 & 1/L_r & 0 \\ 0 & -M/L_r & 0 & 1/L_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} \quad (5.3) \end{aligned}$$

(5.3) 式を (5.1) 式に代入すると,

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_s + pL_s & -\omega L_s & pM & -\omega M \\ \omega L_s & R_s + pL_s & \omega M & pM \\ pM & -(\omega - \omega_r)M & R_r + pL_r & -(\omega - \omega_r)L_r \\ (\omega - \omega_r)M & pM & (\omega - \omega_r)L_r & R_r + pL_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -M/L_r & 0 & 1/L_r & 0 \\ 0 & -M/L_r & 0 & 1/L_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} R_s + p\sigma L_s & -\omega\sigma L_s & pM/L_r & -\omega M/L_r \\ \omega\sigma L_s & R_s + p\sigma L_s & \omega M/L_r & pM/L_r \\ -R_r M/L_r & 0 & p + R_r/L_r & -(\omega - \omega_r) \\ 0 & -R_r M/L_r & \omega - \omega_r & p + R_r/L_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ \psi_{rd} \\ \psi_{rq} \end{bmatrix} \quad (5.4)
 \end{aligned}$$

$$\text{ただし, } \sigma = 1 - \frac{M^2}{L_s L_r}$$

一方, 誘導電動機の発生トルク T_M は

$$\begin{aligned}
 T_M &= \frac{P}{2} (i_{rd} \psi_{rq} - i_{rq} \psi_{rd}) \\
 &= \frac{P}{2} \left(\frac{\psi_{rd} - M i_{sd}}{L_r} \psi_{rq} - \frac{\psi_{rq} - M i_{sq}}{L_r} \psi_{rd} \right) \\
 &= \frac{PM}{2L_r} (i_{sq} \psi_{rd} - i_{sd} \psi_{rq}) \quad (5.5)
 \end{aligned}$$

ただし, P : モータの極数

運動方程式は,

$$T_M = \frac{2}{P} J \frac{d\omega_r}{dt} + T_L \quad (5.6)$$

ただし, T_L : 負荷トルク

(5.5), (5.6) 式より,

$$\frac{d\omega_r}{dt} = \frac{P^2 M}{4JL_r} (i_{sq} \psi_{rd} - i_{sd} \psi_{rq}) - \frac{P}{2J} T_L \quad (5.7)$$

ここで, 状態変数として回転子角速度 ω_r を, 操作量として電源角周波数 ω および負荷トルク T_L を追加するために, これらの変数を含んだ非線形項を動作点近傍で線形化しておく。

(5.4) 式の 1 行目に含まれる項

$$\begin{aligned}
 \Delta \{-\omega\sigma L_s i_{sq} - (\omega M/L_r) \psi_{rq}\} &= -\omega_0 \sigma L_s \Delta i_{sq} - (\omega_0 M/L_r) \Delta \psi_{rq} \\
 &\quad - (\sigma L_s i_{sq0} + M \psi_{rq0}/L_r) \Delta \omega \quad (5.8)
 \end{aligned}$$

ただし、添字 0：各変数の動作点における値を示す。

(5.4) 式の 2 行目に含まれる項

$$\begin{aligned} \Delta \{ \omega \sigma L_s i_{sd} + (\omega M / L_r) \psi_{rd} \} &= \omega_0 \sigma L_s \Delta i_{sd} + (\omega_0 M / L_r) \Delta \psi_{rd} \\ &+ (\sigma L_s i_{sd0} + M \psi_{rd0} / L_r) \Delta \omega \end{aligned} \quad (5.9)$$

(5.4) 式の 3 行目に含まれる項

$$\Delta \{ -(\omega - \omega_r) \psi_{rq} \} = -(\omega_0 - \omega_{r0}) \Delta \psi_{rq} - \psi_{rq0} \Delta \omega + \psi_{rq0} \Delta \omega_r \quad (5.10)$$

(5.4) 式の 4 行目に含まれる項

$$\Delta \{ (\omega - \omega_r) \psi_{rd} \} = (\omega_0 - \omega_{r0}) \Delta \psi_{rd} + \psi_{rd0} \Delta \omega - \psi_{rd0} \Delta \omega_r \quad (5.11)$$

(5.7) 式は,

$$\frac{\Delta \omega_r}{dt} = \frac{P^2 M}{4 J L_r} (i_{sq0} \Delta \psi_{rd} + \psi_{rd0} \Delta i_{sq} - i_{sd0} \Delta \psi_{rq} - \psi_{rq0} \Delta i_{sd}) - \frac{P}{2 J} \Delta T_L \quad (5.12)$$

(5.8) ～ (5.11) 式を考慮して, (5.4) 式と (5.12) 式をまとめると,

$$\begin{aligned} &\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \sigma L_s i_{sq0} + M \psi_{rq0} / L_r \\ 0 & 1 & 0 & -\sigma L_s i_{sd0} - M \psi_{rd0} / L_r \\ 0 & 0 & 0 & \psi_{rq0} \\ 0 & 0 & 0 & -\psi_{rd0} \\ 0 & 0 & -P / (2J) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta v_{sd} \\ \Delta v_{sq} \\ \Delta T_L \\ \Delta \omega \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} R_s + p \sigma L_s & -\omega_0 \sigma L_s & p M / L_r & -\omega_0 M / L_r & 0 \\ \omega_0 \sigma L_s & R_s + p \sigma L_s & \omega_0 M / L_r & p M / L_r & 0 \\ -R_r M / L_r & 0 & p + R_r / L_r & -(\omega_0 - \omega_{r0}) & \psi_{rq0} \\ 0 & -R_r M / L_r & \omega_0 - \omega_{r0} & p + R_r / L_r & -\psi_{rd0} \\ a_1 \psi_{rq0} & -a_1 \psi_{rd0} & -a_1 i_{sq0} & a_1 i_{sd0} & p \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta i_{sd} \\ \Delta i_{sq} \\ \Delta \psi_{rd} \\ \Delta \psi_{rq} \\ \Delta \omega_r \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (5.13)$$

$$\text{ただし, } a_1 = \frac{P^2 M}{4 J L_r}$$

(5.13) 式の微分項と定常項を分離すると、

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \sigma L_s i_{sq0} + M \psi_{rq0}/L_r \\ 0 & 1 & 0 & -\sigma L_s i_{sd0} - M \psi_{rd0}/L_r \\ 0 & 0 & 0 & \psi_{rq0} \\ 0 & 0 & 0 & -\psi_{rd0} \\ 0 & 0 & -P/(2J) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta v_{sd} \\ \Delta v_{sq} \\ \Delta T_L \\ \Delta \omega \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \sigma L_s & 0 & M/L_r & 0 & 0 \\ 0 & \sigma L_s & 0 & M/L_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta i_{sd} \\ \Delta i_{sq} \\ \Delta \psi_{rd} \\ \Delta \psi_{rq} \\ \Delta \omega_r \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} R_s & -\omega_0 \sigma L_s & 0 & -\omega_0 M/L_r & 0 \\ \omega_0 \sigma L_s & R_s & \omega_0 M/L_r & 0 & 0 \\ -R_r M/L_r & 0 & R_r/L_r & -(\omega_0 - \omega_{r0}) & \psi_{rq0} \\ 0 & -R_r M/L_r & \omega_0 - \omega_{r0} & R_r/L_r & -\psi_{rd0} \\ a_1 \psi_{rq0} & -a_1 \psi_{rd0} & -a_1 i_{sq0} & a_1 i_{sd0} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta i_{sd} \\ \Delta i_{sq} \\ \Delta \psi_{rd} \\ \Delta \psi_{rq} \\ \Delta \omega_r \end{bmatrix} \quad (5.14)
 \end{aligned}$$

これを次のように略記する。

$$M_1 \Delta u = M_2 \frac{d}{dt} \Delta x + M_3 \Delta x \quad (5.15)$$

これを整理すると次の方程式が得られる。

$$\frac{d}{dt} \Delta x = -M_2^{-1} M_3 \Delta x + M_2^{-1} M_1 \Delta u \quad (5.16)$$

なお、 M_2 の逆行列は

$$M_2^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & -\frac{M}{\sigma L_s L_r} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & -\frac{M}{\sigma L_s L_r} & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

(5.17) 式を (5.16) 式に代入すると、最終的に誘導電動機の状態方程式として次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \Delta i_{sd} \\ \Delta i_{sq} \\ \Delta \psi_{rd} \\ \Delta \psi_{rq} \\ \Delta \omega_r \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} -a_2 & \omega_0 & \frac{R_r M}{\sigma L_s L_r^2} & \frac{\omega_{r0} M}{\sigma L_s L_r} & \frac{\psi_{rq0} M}{\sigma L_s L_r} \\ -\omega_0 & -a_2 & -\frac{\omega_{r0} M}{\sigma L_s L_r} & \frac{R_r M}{\sigma L_s L_r^2} & -\frac{\psi_{rd0} M}{\sigma L_s L_r} \\ R_r M/L_r & 0 & -R_r/L_r & \omega_0 - \omega_{r0} & -\psi_{rq0} \\ 0 & R_r M/L_r & -(\omega_0 - \omega_{r0}) & -R_r/L_r & \psi_{rd0} \\ -a_1 \psi_{rq0} & a_1 \psi_{rd0} & a_1 i_{sq0} & -a_1 i_{sd0} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta i_{sd} \\ \Delta i_{sq} \\ \Delta \psi_{rd} \\ \Delta \psi_{rq} \\ \Delta \omega_r \end{bmatrix} \\
 &+ \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & 0 & i_{sq0} \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & -i_{sd0} \\ 0 & 0 & 0 & \psi_{rq0} \\ 0 & 0 & 0 & -\psi_{rd0} \\ 0 & 0 & -\frac{P}{2J} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta v_{sd} \\ \Delta v_{sq} \\ \Delta T_L \\ \Delta \omega \end{bmatrix} \quad (5.18)
 \end{aligned}$$

$$\text{ただし, } a_2 = \frac{R_s}{\sigma L_s} + \frac{R_r M^2}{\sigma L_s L_r^2}$$

これを次のように略記する。

$$\frac{d}{dt}\Delta x = A\Delta x + B\Delta u \quad (5.19)$$

5.1.2 誘導電動機の安定性

(5.19) 式中のマトリクス A の 5 つの固有値 (根) の中で, 安定性に関与している虚軸に至近の 1 つの根に着目し, その根が虚軸と成す角度 θ により安定度を表現する (図 5.3 参照)。なお, モータは軽負荷のときの方が安定性が低いことが報告されているので, ここ

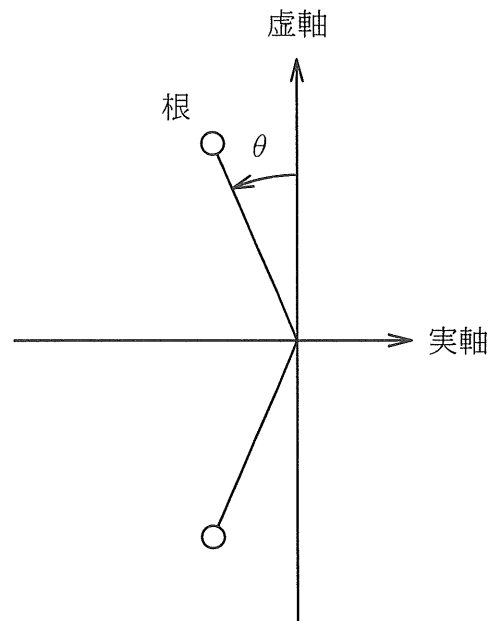


図 5.3: 安定度を表現するパラメータ

では最悪のケースとして無負荷運転時に限定して検討する (すなわち, $\omega_0 - \omega_{r0} = 0$) が, 必要に応じて負荷を考慮することは容易である。

図 5.4 に, $R_s = 0.279\Omega$, $R_r = 0.175\Omega$, $L_s = L_r = 0.920\text{mH}$, $M = 44.227\text{mH}$, $J = 0.041\text{kgm}^2$ なる定数を持つ 5.5kW, 200V, 60Hz, 2 極の誘導電動機の安定性について, 全電圧・全周波数領域で計算した結果を示す。ただし, 実際には, 本図の左上の範囲ではモータが過励磁となるので, 不飽和の条件で解析した本結果は, V/f 一定線の周辺も含んだ右下の領域のみで有効である。なお, 動作点における各状態変数の値 i_{sd0} , i_{sq0} , ψ_{rd0} , ψ_{rq0} は, (5.4) 式の微分項を 0 と置いて変形した次式に, $v_{sd}=0$, $v_{sq}=V$, $\omega=2\pi f$, $\omega_r=\omega$ (無負

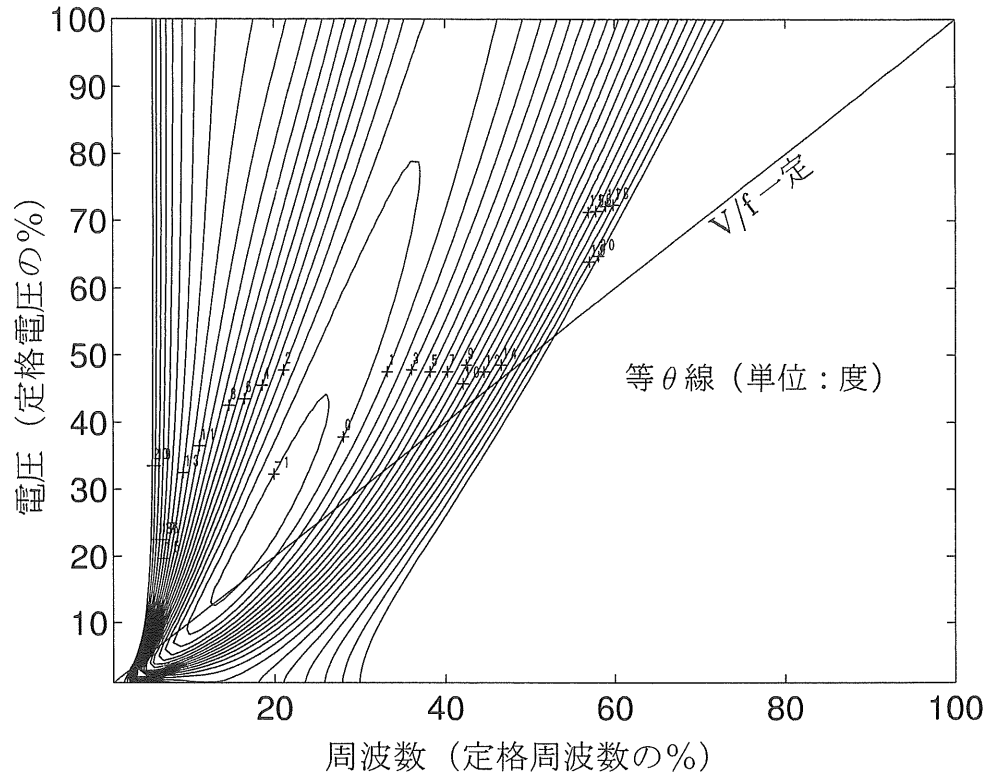


図 5.4: モータ単体の等安定度線

荷) を代入して求めた。(ただし, V : 電源線間電圧実効値, f : 電源周波数)

$$\begin{bmatrix} i_{sd0} \\ i_{sq0} \\ \psi_{rd0} \\ \psi_{rq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & -\omega\sigma L_s & 0 & -\omega M/L_r \\ \omega\sigma L_s & R_s & \omega M/L_r & 0 \\ -R_r M/L_r & 0 & R_r/L_r & -(\omega - \omega_r) \\ 0 & -R_r M/L_r & \omega - \omega_r & R_r/L_r \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} v_{sd} \\ v_{sq} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

図 5.4 より, このモータは V/f を一定で運転した場合, 定格周波数のほぼ 10 ~ 20% の速度において θ が負となり, 不安定になることが分かる。このモータを V/f 一定で低周波起動して一定の速度まで加速する特性について, PSIM で非線形シミュレーションした結果を図 5.5 に示す。この図でも, 上記で示された速度範囲では安定な一定速運転が不可能であることが分かる。

他の任意のモータについても, 上記の計算プログラムに同様のデータを入力すれば安定性の判定は可能ではあるが, より汎用性のある簡単な図表で安定判別できればなお便利である。以下, 本節では, この図表の作成方法とその結果について説明する。パラメータが多くはないとはいえ, そのまま扱えば R_s, R_r, L_s, L_r (あるいは, l_s, l_r), M, J, V, f の 8 種類が必要となり, それぞれについて採り得る値を網羅しようとするれば膨大なデータ量となる。そこで, ここでは次の条件によりデータ量を削減する。

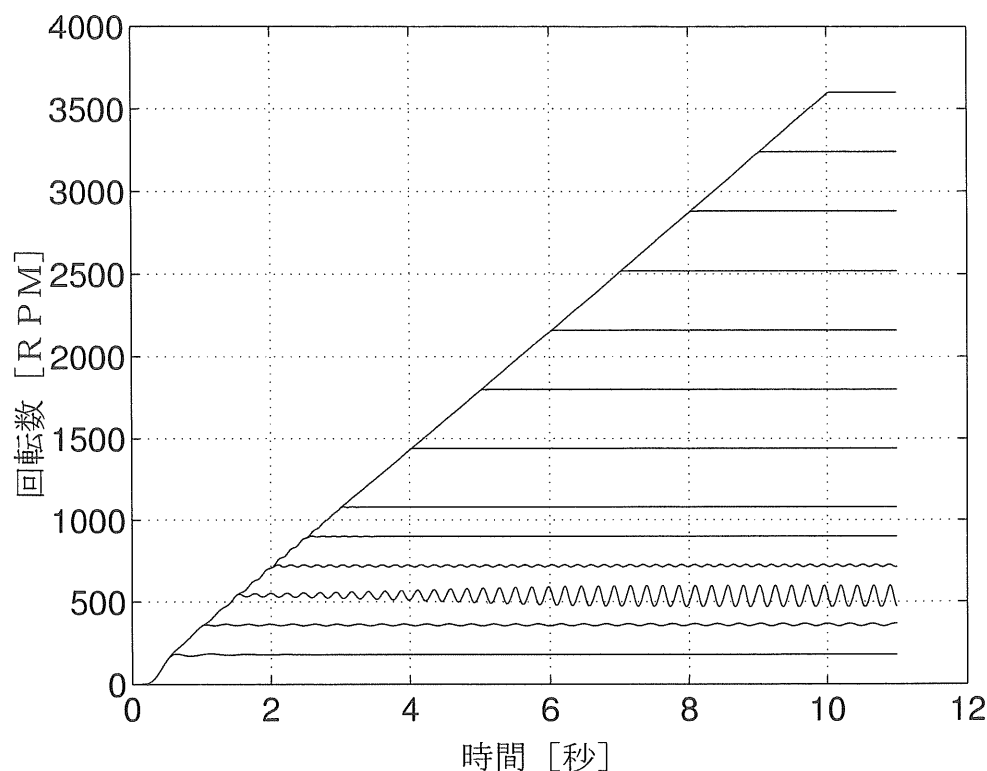


図 5.5: モータ単体運転時の不安定現象

- (1) モータ定数は kW ベースの pu (per unit) 表示に単位化する。
これにより、モータの容量には関係なく、機械系も含めて一般化した共通のデータが利用できるようになる。
- (2) モータ定数は二次鎖交磁束中心の等価回路に換算して表現する。
これにより、固定子・回転子の漏れインダクタンスのデータが一つにまとめられる。
- (3) 運転点の電圧と周波数は、定格点を通る V/f 一定線上にあるものとする。
電圧と周波数の二次元の組み合わせを一次元に制限してデータ量を減らす。これは、磁束弱め運転をしない多くの一般用途で受け入れ可能な条件である。
- (4) 安定の度合を θ として数値的に表現することはせず、安定限界点 ($\theta = 0$) のパラメータ値の表示のみにとどめる。
- (5) 検討結果をコンパクトにグラフ化するために、裸眼立体視表示とする。

単位化するための変数の基準値として、電圧は V_{00} (モータの定格線間電圧実効値)、電流は I_{00} ($= P_{00}/V_{00}$, ただし、 P_{00} : モータの定格同期ワット。ほぼ定格有効線電流実効値の $\sqrt{3}$ 倍)、角周波数あるいは角速度 (電気角) は ω_{00} (定格電源角周波数)、トルクは T_{00} ($= (P/2) \cdot (P_{00}/\omega_{00})$ 。定格トルク)、および、鎖交磁束数は ψ_{00} ($= V_{00}/\omega_{00}$) を採用する。これより、単位化後の状態変数を $\tilde{i}_{sd}, \tilde{i}_{sq}, \tilde{\psi}_{rd}, \tilde{\psi}_{rq}, \tilde{\omega}_r$, 操作量を $\tilde{v}_{sd}, \tilde{v}_{sq}, \tilde{T}_L, \tilde{\omega}$ とすると

次式が成立する。

$$\begin{bmatrix} \Delta i_{sd} \\ \Delta i_{sq} \\ \Delta \psi_{rd} \\ \Delta \psi_{rq} \\ \Delta \omega_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_{00} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{00} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \psi_{00} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \psi_{00} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{00} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \tilde{i}_{sd} \\ \Delta \tilde{i}_{sq} \\ \Delta \tilde{\psi}_{rd} \\ \Delta \tilde{\psi}_{rq} \\ \Delta \tilde{\omega}_r \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta v_{sd} \\ \Delta v_{sq} \\ \Delta T_L \\ \Delta \omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{00} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_{00} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{00} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{00} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \tilde{v}_{sd} \\ \Delta \tilde{v}_{sq} \\ \Delta \tilde{T}_L \\ \Delta \tilde{\omega} \end{bmatrix} \quad (5.22)$$

これらを次のように略記する。

$$\Delta \mathbf{x} = \mathbf{C}_1 \Delta \tilde{\mathbf{x}} \quad (5.23)$$

$$\Delta \mathbf{u} = \mathbf{C}_2 \Delta \tilde{\mathbf{u}} \quad (5.24)$$

(5.19) 式に (5.23), (5.24) 式を代入すると次式を得る。

$$\frac{d}{dt} \Delta \tilde{\mathbf{x}} = \mathbf{C}_1^{-1} \mathbf{A} \mathbf{C}_1 \Delta \tilde{\mathbf{x}} + \mathbf{C}_1^{-1} \mathbf{B} \mathbf{C}_2 \Delta \tilde{\mathbf{u}} = \tilde{\mathbf{A}} \Delta \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{B}} \Delta \tilde{\mathbf{u}} \quad (5.25)$$

一方、単位化されたモータ定数を $\tilde{R}_s, \tilde{R}_r, \tilde{X}_s, \tilde{X}_r, \tilde{X}_M$ とすれば、次式が成り立つ。なお、本換算式により得られる pu インピーダンスは、一般に広く使用されている kVA ベースの値ではなく、kW ベースの値となり、前者による値と比べてほぼモータの力率分だけ小さな値となる点に注意を要する。kW ベースとすることにより、機械系の定数まで含めた単位化が無理なく表現できるという利点を生かせる。

$$[R_s \ R_r] = \frac{V_{00}}{I_{00}} [\tilde{R}_s \ \tilde{R}_r] \quad (5.26)$$

$$[L_s \ L_r \ M] = \frac{V_{00}}{\omega_{00} I_{00}} [\tilde{X}_s \ \tilde{X}_r \ \tilde{X}_m] \quad (5.27)$$

新しい状態マトリクス $\tilde{\mathbf{A}}$ 内の各要素を求め、(5.26), (5.27) 式を代入して変形すると次式を

得る。

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{A}} &= \begin{bmatrix} 1/I_{00} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/I_{00} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\psi_{00} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\psi_{00} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\omega_{00} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -a_2 & \omega_0 \\ -\omega_0 & -a_2 \\ R_r M/L_r & 0 \\ 0 & R_r M/L_r \\ -a_1 \psi_{rq0} & a_1 \psi_{rd0} \end{bmatrix} \\
 &\quad \cdot \begin{bmatrix} \frac{R_r M}{\sigma L_s L_r^2} & \frac{\omega_{r0} M}{\sigma L_s L_r} & \frac{\psi_{rq0} M}{\sigma L_s L_r} \\ -\frac{\omega_{r0} M}{\sigma L_s L_r} & \frac{R_r M}{\sigma L_s L_r^2} & -\frac{\psi_{rd0} M}{\sigma L_s L_r} \\ * & -R_r/L_r & \omega_0 - \omega_{r0} & -\psi_{rq0} \\ -(\omega_0 - \omega_{r0}) & -R_r/L_r & \psi_{rd0} \\ a_1 i_{sq0} & -a_1 i_{sd0} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{00} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & I_{00} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \psi_{00} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \psi_{00} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_{00} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -a_2 & \omega_0 & \frac{\psi_{00}}{I_{00}} \frac{R_r M}{\sigma L_s L_r^2} & \frac{\psi_{00}}{I_{00}} \frac{\omega_{r0} M}{\sigma L_s L_r} & \frac{\omega_{00}}{I_{00}} \frac{\psi_{rq0} M}{\sigma L_s L_r} \\ -\omega_0 & -a_2 & -\frac{\psi_{00}}{I_{00}} \frac{\omega_{r0} M}{\sigma L_s L_r} & \frac{\psi_{00}}{I_{00}} \frac{R_r M}{\sigma L_s L_r^2} & -\frac{\omega_{00}}{I_{00}} \frac{\psi_{rd0} M}{\sigma L_s L_r} \\ \frac{I_{00}}{\psi_{00}} \frac{R_r M}{L_r} & 0 & -\frac{R_r}{L_r} & \omega_0 - \omega_{r0} & -\frac{\omega_{00}}{\psi_{00}} \psi_{rq0} \\ 0 & \frac{I_{00}}{\psi_{00}} \frac{R_r M}{L_r} & -(\omega_0 - \omega_{r0}) & -\frac{R_r}{L_r} & \frac{\omega_{00}}{\psi_{00}} \psi_{rd0} \\ -\frac{I_{00}}{\omega_{00}} a_1 \psi_{rq0} & \frac{I_{00}}{\omega_{00}} a_1 \psi_{rd0} & \frac{\psi_{00}}{\omega_{00}} a_1 i_{sq0} & -\frac{\psi_{00}}{\omega_{00}} a_1 i_{sd0} & 0 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} -\omega_{00} \tilde{a}_2 & \omega_{00} \tilde{\omega}_0 & \omega_{00} \frac{\tilde{R}_r \tilde{X}_m}{\sigma \tilde{X}_s \tilde{X}_r^2} & \omega_{00} \frac{\tilde{\omega}_{r0} \tilde{X}_m}{\sigma \tilde{X}_s \tilde{X}_r} & \omega_{00} \frac{\tilde{\psi}_{rq0} \tilde{X}_m}{\sigma \tilde{X}_s \tilde{X}_r} \\ -\omega_{00} \tilde{\omega}_0 & -\omega_{00} \tilde{a}_2 & -\omega_{00} \frac{\tilde{\omega}_{r0} \tilde{X}_m}{\sigma \tilde{X}_s \tilde{X}_r} & \omega_{00} \frac{\tilde{R}_r \tilde{X}_m}{\sigma \tilde{X}_s \tilde{X}_r^2} & -\omega_{00} \frac{\tilde{\psi}_{rd0} \tilde{X}_m}{\sigma \tilde{X}_s \tilde{X}_r} \\ \omega_{00} \frac{\tilde{R}_r \tilde{X}_m}{\tilde{X}_r} & 0 & -\omega_{00} \frac{\tilde{R}_r}{\tilde{X}_r} & \omega_{00} (\tilde{\omega}_0 - \tilde{\omega}_{r0}) & -\omega_{00} \tilde{\psi}_{rq0} \\ 0 & \omega_{00} \frac{\tilde{R}_r \tilde{X}_m}{\tilde{X}_r} & -\omega_{00} (\tilde{\omega}_0 - \tilde{\omega}_{r0}) & -\omega_{00} \frac{\tilde{R}_r}{\tilde{X}_r} & \omega_{00} \tilde{\psi}_{rd0} \\ -\frac{\tilde{X}_m \tilde{\psi}_{rq0}}{J \tilde{X}_r} & \frac{\tilde{X}_m \tilde{\psi}_{rd0}}{J \tilde{X}_r} & \frac{\tilde{X}_m \tilde{i}_{sq0}}{J \tilde{X}_r} & -\frac{\tilde{X}_m \tilde{i}_{sd0}}{J \tilde{X}_r} & 0 \end{bmatrix} \quad (5.28)
 \end{aligned}$$

ただし, $\sigma = 1 - \frac{\tilde{X}_m^2}{\tilde{X}_s \tilde{X}_r}$

$$\tilde{a}_2 = \frac{\tilde{R}_s}{\sigma \tilde{X}_s} + \frac{\tilde{R}_r \tilde{X}_m^2}{\sigma \tilde{X}_s \tilde{X}_r^2}$$

~: それぞれの基準値によって単位化された値であることを示す。

同様に,

$$\begin{aligned}
 \tilde{\mathbf{B}} &= \begin{bmatrix} 1/I_{00} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1/I_{00} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1/\psi_{00} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/\psi_{00} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/\omega_{00} \end{bmatrix} \\
 &\quad \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & 0 & i_{sq0} \\ 0 & \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & -i_{sd0} \\ 0 & 0 & 0 & \psi_{rq0} \\ 0 & 0 & 0 & -\psi_{rd0} \\ 0 & 0 & -\frac{P}{2J} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_{00} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & V_{00} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & T_{00} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{00} \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \frac{V_{00}}{I_{00}} \cdot \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & 0 & \omega_{00} \frac{i_{sq0}}{I_{00}} \\ 0 & \frac{V_{00}}{I_{00}} \cdot \frac{1}{\sigma L_s} & 0 & -\omega_{00} \frac{i_{sd0}}{I_{00}} \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{00} \frac{\psi_{rq0}}{\psi_{00}} \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_{00} \frac{\psi_{rd0}}{\psi_{00}} \\ 0 & 0 & -\frac{PT_{00}}{2J\omega_{00}} & 0 \end{bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} \omega_{00} \frac{1}{\sigma \tilde{X}_s} & 0 & 0 & \omega_{00} \tilde{i}_{sq0} \\ 0 & \omega_{00} \frac{1}{\sigma \tilde{X}_s} & 0 & -\omega_{00} \tilde{i}_{sd0} \\ 0 & 0 & 0 & \omega_{00} \tilde{\psi}_{rq0} \\ 0 & 0 & 0 & -\omega_{00} \tilde{\psi}_{rd0} \\ 0 & 0 & -1/\tilde{J} & 0 \end{bmatrix} \tag{5.29}
 \end{aligned}$$

ただし, $\tilde{J} = \frac{2J\omega_{00}}{PT_{00}}$ (=puGD² に相当)

定常解は (5.20) 式に準じて, 次式により求める。

$$\begin{bmatrix} \tilde{i}_{sd0} \\ \tilde{i}_{sq0} \\ \tilde{\psi}_{rd0} \\ \tilde{\psi}_{rq0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{R}_s & -\tilde{\omega}\sigma\tilde{X}_s & 0 & -\tilde{\omega}\tilde{X}_m/\tilde{X}_r \\ \tilde{\omega}\sigma\tilde{X}_s & \tilde{R}_s & \tilde{\omega}\tilde{X}_m/\tilde{X}_r & 0 \\ -\tilde{R}_r\tilde{X}_m/\tilde{X}_r & 0 & \tilde{R}_r/\tilde{X}_r & -(\tilde{\omega} - \tilde{\omega}_r) \\ 0 & -\tilde{R}_r\tilde{X}_m/\tilde{X}_r & \tilde{\omega} - \tilde{\omega}_r & \tilde{R}_r/\tilde{X}_r \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \tilde{v}_{sd} \\ \tilde{v}_{sq} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5.30}$$

次に, 一般的に使用される T 形等価回路定数と, ここで使用する二次鎖交磁束を中心とした等価回路定数との関係を, 図 5.6 に示す。いずれの定数を使用しても, 固定子端子および出力軸から見たモータの動作は全く等価となるので, 安定性にも差は生じない。したがって, 既に得られた状態方程式の中の L_s , L_r , M , R_s , R_r の代わりに下記の L'_s , L'_r ,

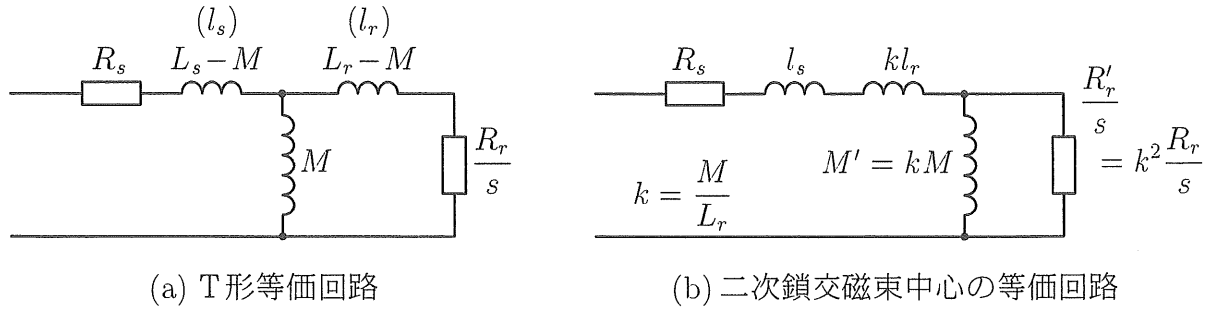


図 5.6: モータの等価回路

M' , R'_s , R'_r の値を用いればよい。

$$\left. \begin{aligned} M' &= kM = \frac{M^2}{L_r} \\ L'_s &= l_s + kl_r + kM = L_s \\ L'_r &= M' = \frac{M^2}{L_r} \\ R'_s &= R_s \\ R'_r &= k^2 R_r = \left(\frac{M}{L_r}\right)^2 R_r \end{aligned} \right\} \quad (5.31)$$

これらを単位化すると、

$$\left. \begin{aligned} \begin{bmatrix} \tilde{X}'_s & \tilde{X}'_r & \tilde{X}'_m \end{bmatrix} &= \omega_{00} \frac{V_{00}}{I_{00}} \begin{bmatrix} L'_s & L'_r & M' \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \tilde{R}'_s & \tilde{R}'_r \end{bmatrix} &= \frac{V_{00}}{I_{00}} \begin{bmatrix} R'_s & R'_r \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (5.32)$$

生産現場においては、 \tilde{X}'_s , \tilde{X}'_r よりも、下記の漏れリアクタンス \tilde{x}'_s , \tilde{x}'_r を使用の方が、設計データとの対応が付きやすい。したがって、安定判別のための図表のパラメータとしてもこれらを採用する。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{x}'_s &= \tilde{X}'_s - \tilde{X}'_m \\ \tilde{x}'_r &= \tilde{X}'_r - \tilde{X}'_m \equiv 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.33)$$

最初から単位化された漏れリアクタンスを用いる場合、図 5.6 の等価回路 (a) の定数から (b) の定数への換算式は下記となる。

$$\left. \begin{aligned} \tilde{x}'_s &= \tilde{x}_s + k\tilde{x}_r \\ \tilde{X}'_m &= k\tilde{X}_m \\ \tilde{R}'_s &= \tilde{R}_s \\ \tilde{R}'_r &= k^2\tilde{R}_r \end{aligned} \right\} \quad (5.34)$$

$$\text{ただし, } k = \frac{1}{1 + \tilde{x}_r / \tilde{X}_m}$$

なお、二次鎖交磁束を中心とした等価回路における ψ_{rd} , ψ_{rq} の値は、T形等価回路のそれに比べて k 倍に減るが、(5.30) 式より求めた定常解には、その影響は自動的に反映される。

(5.30) 式で与えられた運転点において、 \tilde{A} の固有値の実部が 0 になる条件から求めたモータ単体の安定限界を図 5.7 ～ 5.9 に示す。これら左右一對の図は、左右それぞれの図を左目と右目で見ることにより、各曲線が紙面より浮き上がり、立体的に観察することができる。各図は、 $\tilde{R}_r' - \tilde{\omega}$ 座標上に、 \tilde{R}_s の値をパラメータとして安定限界を曲線で示している。この曲線の内側が不安定領域、外側が安定領域である。紙面から浮き上がる方向は、パラメータ \tilde{x}_s' が増加する方向である。これらの図から、 \tilde{J} (puGD²) が小さく、 \tilde{X}_m' が大きく、 \tilde{x}_s' が小さく、 \tilde{R}_s の値が大きいほど不安定の範囲が広がるという傾向が明瞭に読み取れる。

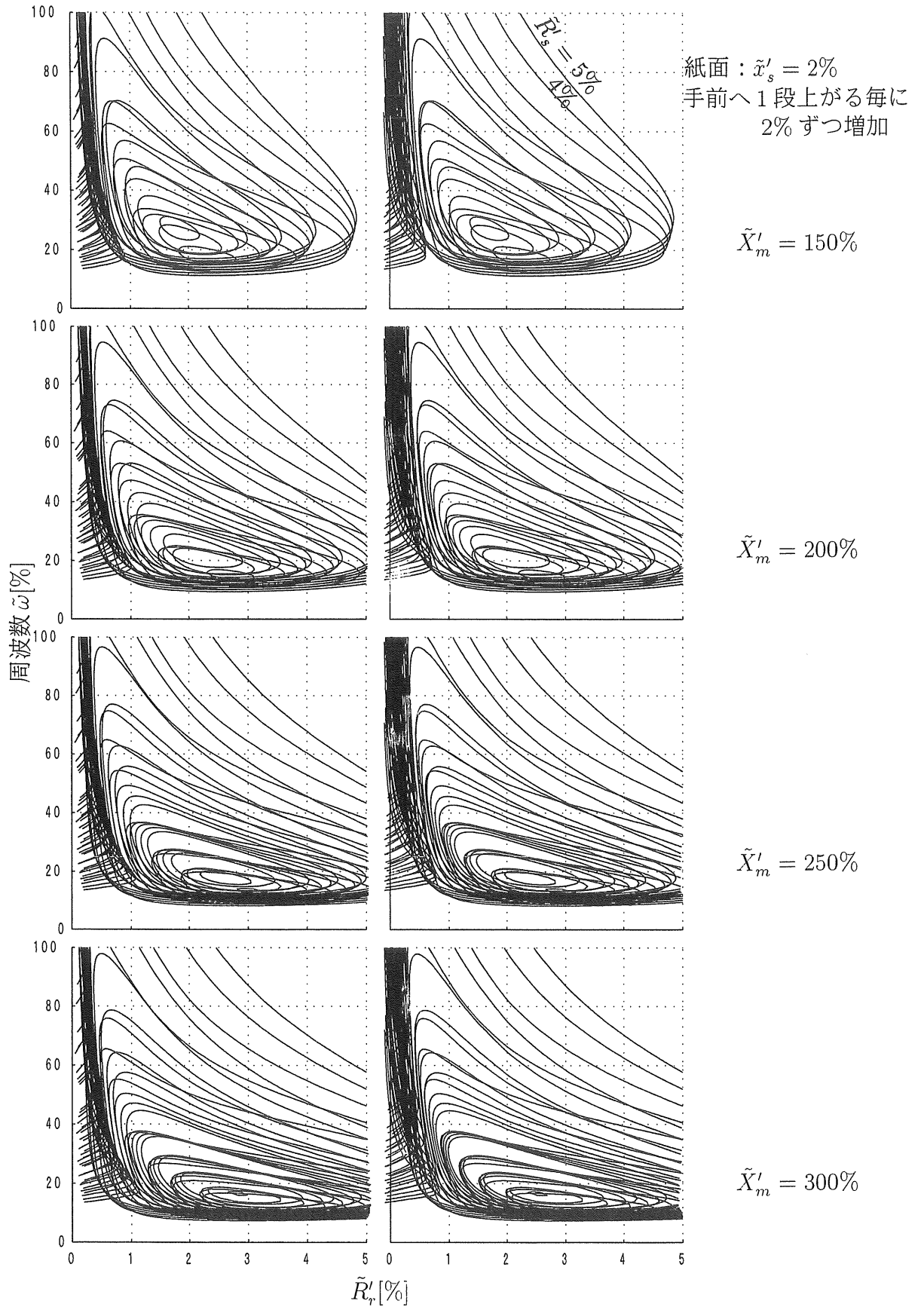


図 5.7: モータ単体の安定限界 ($\text{puGD}^2 = 0.5[\text{s}]$)

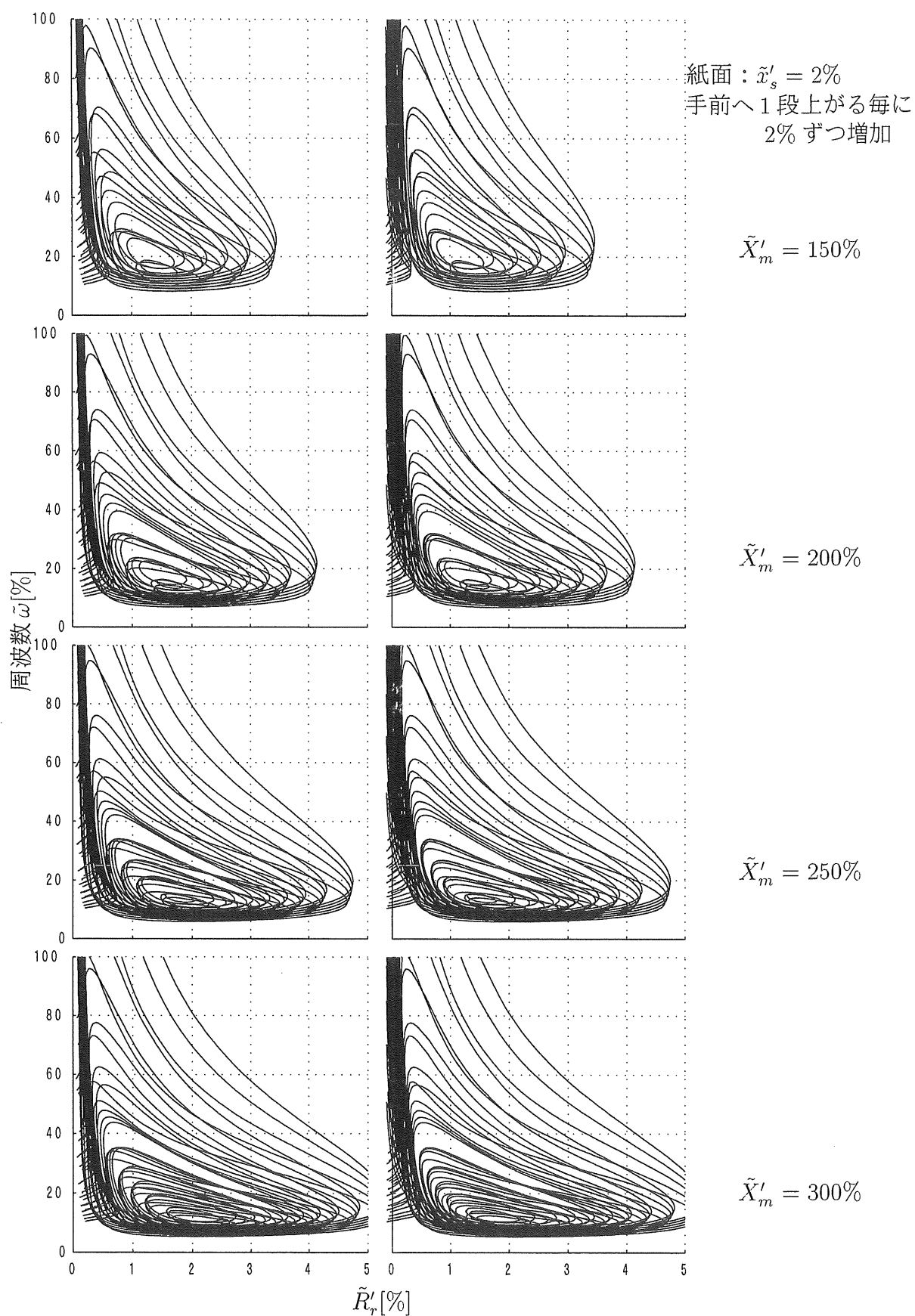


図 5.8: モータ単体の安定限界 ($\text{puGD}^2 = 1.0[\text{s}]$)

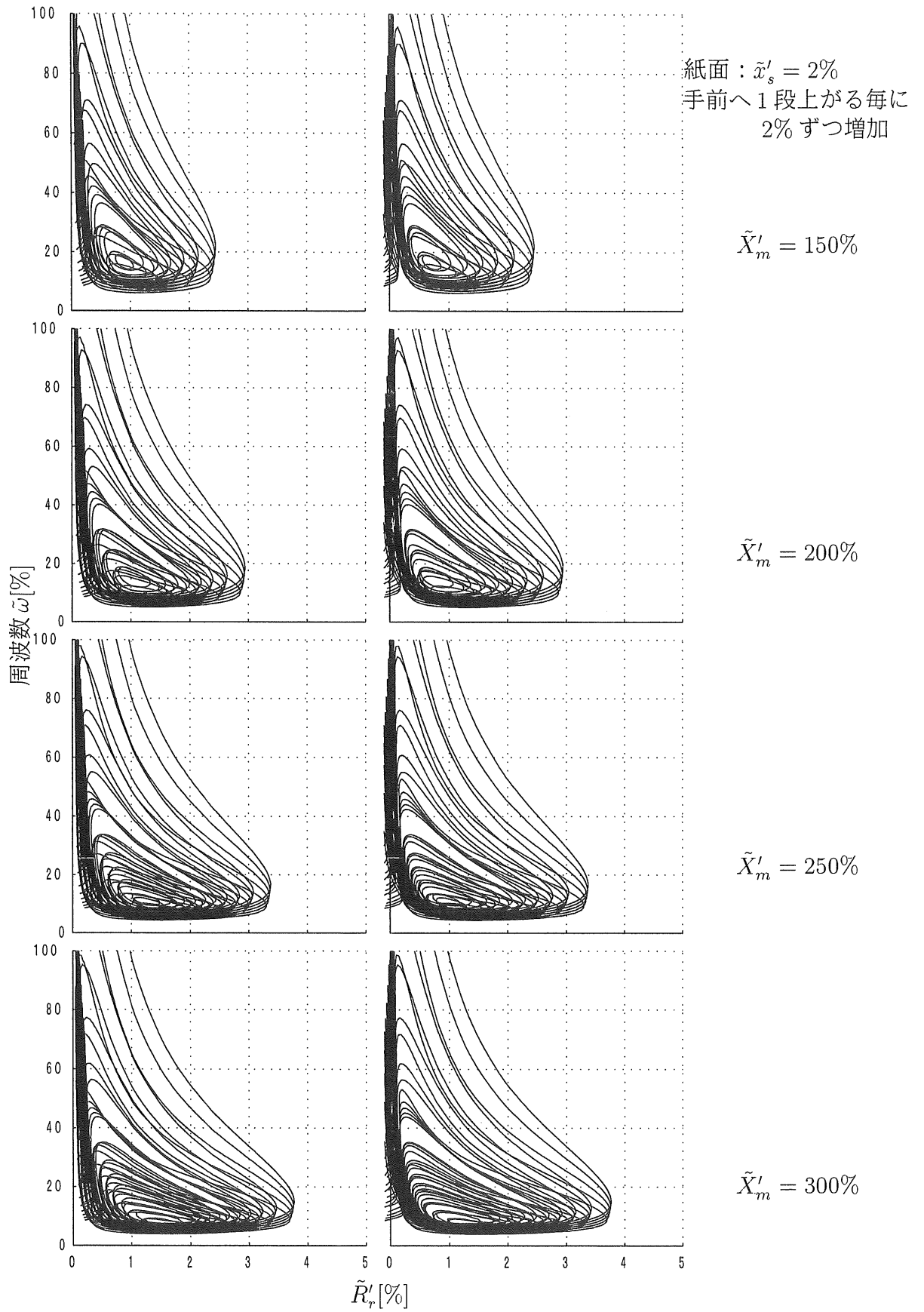


図 5.9: モータ単体の安定限界 ($\text{puGD}^2 = 2.0[\text{s}]$)

5.2 コンバータの特性

汎用インバータのコンバータとしては、図 5.10 に示すようなコンデンサ入力形ダイオード三相ブリッジ整流回路が使用されることが多い。したがって、汎用インバータのシステ

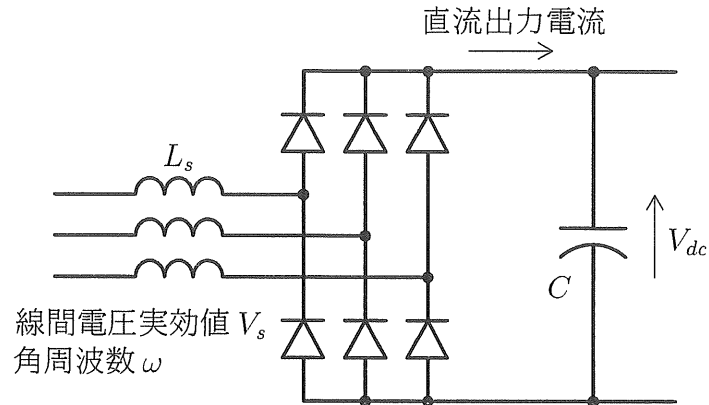


図 5.10: コンデンサ入力形ダイオード整流回路

ム全体の安定性を検討するためには、コンバータの特性の把握も重要である。しかし、簡単な回路ではあるが、この回路を詳細解析した結果の報告はあまり見かけない。そのためか、従来の論文では、あまり適切と思われない等価回路を採用しているものも見受けられる ([35][38])。以下、この点を解決するために、本回路の詳細解析を行い正確な等価回路を提案する。このコンバータは、軽負荷時と負荷時では動作モードが大きく異なる。軽負荷時には電流断続モード、負荷時には電流連続モードとなり、それぞれの特性には特徴がある。本章で検討対象にしている不安定現象は、モータが軽負荷のときに発生する例が多いため、ここでは電流断続モードに重点を置いて検討する。しかし、電流連続モード時に直流側から観測した交流特性も、他の不安定現象の解析に有用になることも考えられるため、これについても言及する。

5.2.1 電圧・電流特性

解析にあたり、出力のコンデンサは十分に大きく、出力電圧は完全な直流であると仮定する。この回路は、出力電圧の大きさによって 5 つの動作モードを持つ。すなわち、電源の線間電圧実効値を V_s 、直流出力電圧を V_{dc} として、 $K = V_{dc}/(\sqrt{2}V_s)$ をパラメータとして表すと、

モード① ($K_1 \leq K$)

出力電流は流れない。

モード② ($K_2 \leq K \leq K_1$)

直流出力に断続電流が流れるが、導通中に転流動作することはない。

モード③ ($K_3 \leq K \leq K_2$)

直流出力に断続電流が流れ、導通中に転流動作も起こる。

モード④ ($K_4 \leq K \leq K_3$)

直流出力電流が連続して流れる。転流重なり角は 60° 未満である。

モード⑤ ($K \leq K_4$)

直流出力電流が連続して流れる。転流重なり角は 60° である。

ただし、 K_1, K_2, K_3, K_4 の値については、それぞれのモードの説明の中で述べる

モード①

V_{dc} が入力線間電圧のピーク値 $\sqrt{2}V_s$ より高いときには、全ダイオードは常時逆バイアス状態にあり、直流電流は全く流れない。したがって、

$$K_1 = 1.0 \quad (5.35)$$

モード②

本モードでは、図 5.11 に示すように、電流は位相 $-\theta_a$ から流れる始める。 θ_a の値は図から明らかなように、

$$\theta_a = \cos^{-1} K \quad (5.36)$$

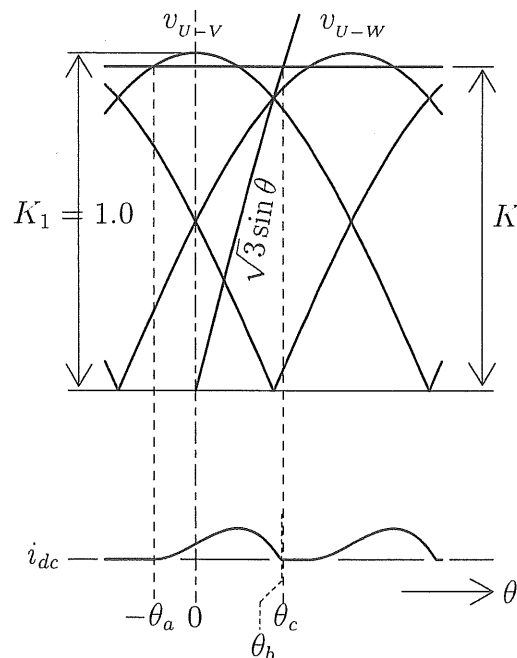


図 5.11: 電流断続時の電圧・電流波形

流れる電流の瞬時値は,

$$\begin{aligned}
 i_{dc} &= \frac{1}{2X_s} \int_{-\theta_a}^{\theta} (\sqrt{2}V_s \cos \theta - V_{dc}) d\theta \\
 &= \sqrt{\frac{3}{2}} I_{ss} \{ \sin \theta + \sin \theta_a - K(\theta + \theta_a) \} \\
 &= \sqrt{\frac{3}{2}} I_{ss} \left\{ \sin \theta + \sqrt{1 - K^2} - K(\theta + \cos^{-1} K) \right\}
 \end{aligned} \tag{5.37}$$

ただし, $X_s = \omega L_s$, $I_{ss} = \frac{V_s}{\sqrt{3}X_s}$ (=短絡電流実効値)

流れ始めた電流が再び0になる位相 θ_b は, 上式で $i_{dc} = 0$ と置いて得られた次式より, 繰り返し計算により, K のみの関数として求まる。

$$\sin \theta_b - K\theta_b = K \cos K - \sqrt{1 - K^2} \tag{5.38}$$

直流平均電流は, (5.38) 式を区間 $\pi/3$ で平均することにより,

$$\begin{aligned}
 I_{dc} &= \frac{3}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} I_{ss} \int_{-\theta_a}^{\theta_b} \{ \sin \theta + \sin \theta_a - K(\theta + \theta_a) \} d\theta \\
 &= \frac{3}{\pi} \sqrt{\frac{3}{2}} I_{ss} \left[-\cos \theta - \frac{1}{2} K\theta^2 + (\sin \theta_a - K\theta_a)\theta \right]_{-\theta_a}^{\theta_b}
 \end{aligned} \tag{5.39}$$

この通電期間中に転流が始まる位相 θ_c は, 図 5.12 のダイオード WN が順バイアスされ始める $v_A = v_K$ となる点である。図より, これらの電圧は次のようになる。

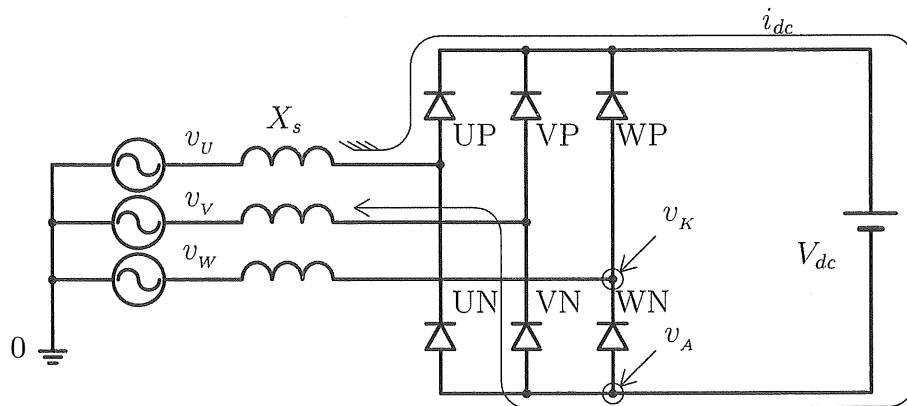


図 5.12: 転流開始の条件

$$v_A = v_V + \frac{v_U - v_V - V_{dc}}{2} = -\frac{v_W}{2} - \frac{1}{\sqrt{2}} K V_s = \frac{1}{\sqrt{6}} V_s \sin \theta - \frac{1}{\sqrt{2}} K V_s \tag{5.40}$$

$$v_K = v_W = -\sqrt{\frac{2}{3}} V_s \sin \theta \tag{5.41}$$

(5.40) 式と (5.41) 式を等しいと置いて θ について解けば、転流開始位相として次式が得られる。

$$\theta_c = \sin^{-1} \frac{K}{\sqrt{3}} \quad (5.42)$$

転流「なし」から「あり」のモードに移る境界点である $K = K_2$ のときは、電流が 0 になる位相 θ_b が転流開始位相 θ_c と一致することになるので、(5.38) 式の θ_b に (5.42) 式の θ_c を代入すると次式が得られる。

$$\frac{K_2}{\sqrt{3}} - K_2 \sin^{-1} \frac{K_2}{\sqrt{3}} = K_2 \cos^{-1} K_2 - \sqrt{1 - K_2^2} \quad (5.43)$$

これを繰り返し計算により解けば K_2 が得られ、下記の値となる。

$$K_2 = 0.9577580621 \quad (5.44)$$

モード③

このモードでは電流が 0 になる前に転流が始まる。転流開始までの直流電流の瞬時値は (5.37) 式と同一の式で表現できる。転流開始時の直流電流 $i_{dc@ \theta_c}$ は、(5.37) 式の θ に (5.42) 式の θ_c を代入した次式となる。

$$i_{dc@ \theta_c} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_{ss} \left\{ \frac{K}{\sqrt{3}} + \sqrt{1 - K^2} - K (\sin^{-1} \frac{K}{\sqrt{3}} + \cos^{-1} K) \right\} \quad (5.45)$$

転流期間中の直流電流と転流電流の瞬時値 i_{dc} , i_c は、図 5.13 より、

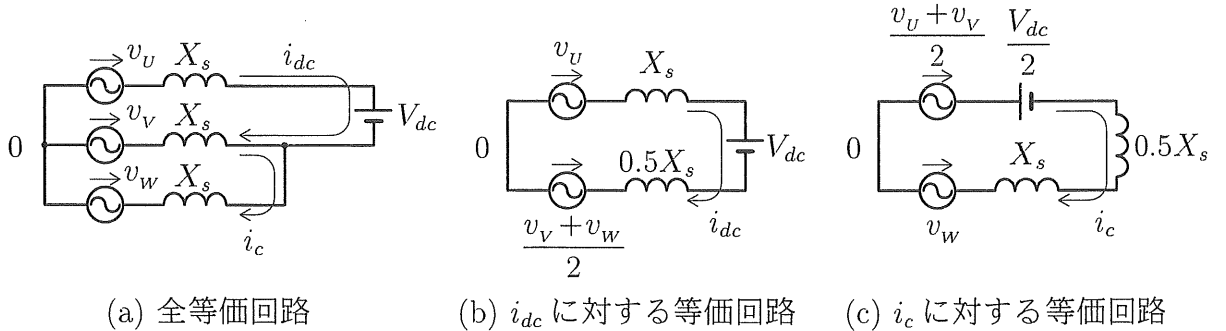


図 5.13: 転流中の等価回路

$$\begin{aligned} i_{dc} &= \frac{1}{1.5X_s} \int_{\theta_c}^{\theta} \left(v_U - \frac{v_V + v_W}{2} - V_{dc} \right) d\theta + i_{dc@ \theta_c} \\ &= \frac{1}{1.5X_s} \int_{\theta_c}^{\theta} \left\{ \sqrt{\frac{3}{2}} V_s \cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) - \sqrt{2} V_s K \right\} d\theta + i_{dc@ \theta_c} \\ &= \sqrt{2} I_{ss} \left\{ \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(\theta_c - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{2}{\sqrt{3}} K (\theta - \theta_c) \right\} + i_{dc@ \theta_c} \end{aligned} \quad (5.46)$$

$$\begin{aligned}
 i_c &= \frac{1}{1.5X_s} \int_{\theta_c}^{\theta} \left(\frac{v_u + v_v}{2} - v_w - \frac{V_{dc}}{2} \right) d\theta \\
 &= \frac{1}{1.5X_s} \int_{\theta_c}^{\theta} \left\{ \sqrt{\frac{3}{2}} V_s \sin(\theta) - \frac{1}{\sqrt{2}} V_s K \right\} d\theta \\
 &= \sqrt{2} I_{ss} \left\{ -\cos \theta + \cos \theta_c - \frac{K}{\sqrt{3}} (\theta - \theta_c) \right\} \quad (5.47)
 \end{aligned}$$

転流が完了する位相 $\theta = \theta_d$ では $i_{dc} = i_c$ となるから, (5.46) 式と (5.47) 式を等しいと置くと次式が得られる。

$$\sin(\theta_d + \frac{\pi}{6}) - \frac{K}{\sqrt{3}} \theta_d = \sin(\theta_c + \frac{\pi}{6}) - \frac{K}{\sqrt{3}} \theta_c - \frac{i_{dc@ \theta_c}}{\sqrt{2} I_{ss}} \quad (5.48)$$

これを繰り返し計算すれば θ_d が得られる。 θ_d は K のみにより決まる値となる。転流完了時の直流電流 $i_{dc@ \theta_d}$ は, (5.46) 式で $\theta = \theta_d$ と置くことにより,

$$i_{dc@ \theta_d} = \sqrt{2} I_{ss} \left\{ \sin(\theta_d - \frac{\pi}{6}) - \sin(\theta_c - \frac{\pi}{6}) - \frac{2}{\sqrt{3}} K (\theta_d - \theta_c) \right\} + i_{dc@ \theta_c} \quad (5.49)$$

転流完了後の直流電流は, (5.37) 式の場合より 60° 遅れた電源電圧によって決まるので,

$$\begin{aligned}
 i_{dc} &= \frac{1}{2X_s} \int_{\theta_d}^{\theta} \left\{ \sqrt{2} V_s \sin(\theta + \frac{\pi}{6}) - V_{dc} \right\} d\theta + i_{dc@ \theta_d} \\
 &= \sqrt{\frac{3}{2}} I_{ss} \left\{ -\cos(\theta + \frac{\pi}{6}) + \cos(\theta_d + \frac{\pi}{6}) - K(\theta - \theta_d) \right\} + i_{dc@ \theta_d} \quad (5.50)
 \end{aligned}$$

この電流が 0 となる位相 θ_e では (5.50) 式の値は 0 だから,

$$\cos(\theta_e + \frac{\pi}{6}) + K\theta_e = \cos(\theta_d + \frac{\pi}{6}) + K\theta_d + \frac{i_{dc@ \theta_d}}{\sqrt{\frac{3}{2}} I_{ss}} \quad (5.51)$$

これを繰り返し計算して θ_e が求まる。

結果として, このモードでの直流電流平均値は (5.37), (5.46), (5.50) 式より,

$$\begin{aligned}
 I_{dc} &= \frac{3}{\pi} I_{ss} \left[\sqrt{\frac{3}{2}} \int_{-\theta_a}^{\theta_c} \{ \sin \theta + \sin \theta_a - K(\theta + \theta_a) \} d\theta \right. \\
 &\quad + \sqrt{2} \int_{\theta_c}^{\theta_d} \left\{ \sin(\theta - \frac{\pi}{6}) - \sin(\theta_c - \frac{\pi}{6}) - \frac{2}{\sqrt{3}} K(\theta - \theta_c) + \frac{i_{dc@ \theta_c}}{\sqrt{2} I_{ss}} \right\} d\theta \\
 &\quad \left. + \sqrt{\frac{3}{2}} \int_{\theta_d}^{\theta_e} \left\{ -\cos(\theta + \frac{\pi}{6}) + \cos(\theta_d + \frac{\pi}{6}) - K(\theta - \theta_d) + \frac{i_{dc@ \theta_d}}{\sqrt{\frac{3}{2}} I_{ss}} \right\} d\theta \right] \\
 &= \frac{3}{\pi} I_{ss} \left[\sqrt{\frac{3}{2}} \left[-\cos \theta - \frac{1}{2} K \theta^2 + (\sin \theta_a - K \theta_a) \theta \right]_{-\theta_a}^{\theta_c} \right. \\
 &\quad + \sqrt{2} \left[-\cos(\theta - \frac{\pi}{6}) - \frac{1}{\sqrt{3}} K \theta^2 + \left\{ -\sin(\theta_c - \frac{\pi}{6}) + \frac{2}{\sqrt{3}} K \theta_c + \frac{i_{dc@ \theta_c}}{\sqrt{2} I_{ss}} \right\} \theta \right]_{\theta_c}^{\theta_d} \\
 &\quad \left. + \sqrt{\frac{3}{2}} \left[-\sin(\theta + \frac{\pi}{6}) - \frac{1}{2} K \theta^2 + \left\{ \cos(\theta_d + \frac{\pi}{6}) + K \theta_d + \frac{i_{dc@ \theta_d}}{\sqrt{\frac{3}{2}} I_{ss}} \right\} \theta \right]_{\theta_d}^{\theta_e} \right] \quad (5.52)
 \end{aligned}$$

電流「断続」と「連続」の境界である $K = K_3$ においては、電流が 0 になった位相が次の $\pi/3$ の期間の通流開始位相 $-\theta_a$ に相当するから、 $\theta_e = \frac{\pi}{3} - \theta_a$ が成り立つ。これを (5.51) 式に代入すると、

$$\cos(-\theta_a + \frac{\pi}{2}) + K(\frac{\pi}{3} - \theta_a) = \cos(\theta_d + \frac{\pi}{6}) + K\theta_d + \frac{i_{dc@ \theta_d}}{\sqrt{\frac{3}{2}}I_{ss}} \quad (5.53)$$

θ_a や θ_d は (5.36) 式や (5.48) 式で決まる K の関数ゆえ、(5.53) 式が成立するためには K の値を調整する必要がある。繰り返し計算により、この式を満足させる K の値、すなわち K_3 を求めると、

$$K_3 = 0.9496263533 \quad (5.54)$$

モード④

本モード以降では電流 0 区間がないので、モード③では転流期間の前後に振り分けていた 2 相通電期間を、転流期間の後に 1 つにまとめ、 $\theta_c \sim \theta_c + \frac{\pi}{3}$ の区間を検討の対象とする。直流電流が連続しているため、この区間の最初には何らかの初期電流が存在する。この初期電流 $i_{dc@ \theta_c}$ は、次の関係を満足するように繰り返し計算によって求める。

$$i_{dc@ \theta_c} = i_{dc@ (\theta_c + \frac{\pi}{3})} \quad (5.55)$$

ただし、左辺は (5.48) 式中の $i_{dc@ \theta_c}$ 、右辺は (5.50) 式中の θ に $\theta_c + \frac{\pi}{3}$ を代入して得られた値である。なお、 θ_c および (5.50) 式中の θ_d と $i_{dc@ \theta_d}$ としては、それぞれ、(5.42), (5.48), (5.49) 式より求めた値を使用する。

この結果、(5.52) 式に準じて、直流電流の平均値は下記となる。

$$\begin{aligned} I_{dc} = \frac{3}{\pi} I_{ss} & \left[\sqrt{2} \left[-\cos(\theta - \frac{\pi}{6}) - \frac{1}{\sqrt{3}} K \theta^2 + \left\{ -\sin(\theta_c - \frac{\pi}{6}) + \frac{2}{\sqrt{3}} K \theta_c + \frac{i_{dc@ \theta_c}}{\sqrt{2} I_{ss}} \right\} \theta \right] \right]_{\theta_c}^{\theta_d} \\ & + \sqrt{\frac{3}{2}} \left[-\sin(\theta + \frac{\pi}{6}) - \frac{1}{2} K \theta^2 + \left\{ \cos(\theta_d + \frac{\pi}{6}) + K \theta_d + \frac{i_{dc@ \theta_d}}{\sqrt{\frac{3}{2}} I_{ss}} \right\} \theta \right]_{\theta_d}^{\theta_c + \frac{\pi}{3}} \end{aligned} \quad (5.56)$$

モードが変わる限界の $K = K_4$ においては、 $\pi/3$ の全区間が転流重なり期間になるので、 $i_{dc@ \theta_d} = i_{dc@ \theta_c}$ 、しかも $\theta_d = \theta_c + \pi/3$ となる。これらの関係を (5.49) 式に代入すれば、

$$\sin(\theta_c + \frac{\pi}{6}) - \sin(\theta_c - \frac{\pi}{6}) - \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} K = 0 \quad (5.57)$$

これに (5.42) 式の θ_c を代入して K について解くと下記が得られる。

$$K_4 = \sqrt{\frac{27}{9 + 4\pi^2}} = 0.7462900721 \quad (5.58)$$

モード⑤

直流出力電圧 V_{dc} がさらに下がって K が小さくなると、直流電流はより大きくなり、(5.42) 式で示す転流開始位相 θ_c に達しても、まだ前回の転流が完了しないようになる。この場合でも前後の転流期間が重なることはなく、前回の転流が完了してから次の転流が始まる。したがって、転流期間は 60° のまま一定である。このモードでの転流開始位相を θ_f とする。この場合も θ_c を θ_f に置換えれば、直流電流 i_{dc} と転流電流 i_c の式は、それぞれ (5.46), (5.47) 式をそのまま使用でき次のようになる。

$$i_{dc} = \sqrt{2}I_{ss} \left\{ \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(\theta_f - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{2}{\sqrt{3}}K(\theta - \theta_f) \right\} + i_{dc@ \theta_f} \quad (5.59)$$

$$i_c = \sqrt{2}I_{ss} \left\{ -\cos\theta + \cos\theta_f - \frac{K}{\sqrt{3}}(\theta - \theta_f) \right\} \quad (5.60)$$

i_{dc} は 60° 周期の繰り返し波形であり、 $i_{dc@(\theta_f + \frac{\pi}{3})} = i_{dc@ \theta_f}$ となることから、(5.59) 式の θ に $\theta_f + \pi/3$ を代入すると次式を得る。

$$\sin\left(\theta_f + \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(\theta_f - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{2\pi}{3\sqrt{3}}K = 0 \quad (5.61)$$

これを解くと、

$$\theta_f = \frac{\pi}{2} - \sin^{-1} \frac{2\pi K}{3\sqrt{3}} \quad (5.62)$$

一方、 $i_{c@(\theta_f + \frac{\pi}{3})} = i_{dc@ \theta_f}$ であることから、(5.60), (5.62) 式より、

$$\begin{aligned} i_{dc@ \theta_f} &= \sqrt{2}I_{ss} \left\{ -\cos\left(\theta_f + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\theta_f - \frac{\pi K}{3\sqrt{3}} \right\} \\ &= I_{ss} \sqrt{\frac{3}{2} \left(1 - \frac{4\pi^2 K^2}{27} \right)} \end{aligned} \quad (5.63)$$

平均電流は、

$$\begin{aligned} I_{dc} &= \frac{3\sqrt{2}}{\pi} I_{ss} \int_{\theta_f}^{\theta_f + \frac{\pi}{3}} \left\{ \sin\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(\theta_f - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{2}{\sqrt{3}}K(\theta - \theta_f) + \frac{i_{dc@ \theta_f}}{\sqrt{2}I_{ss}} \right\} d\theta \\ &= \frac{3\sqrt{2}}{\pi} I_{ss} \left[-\cos\left(\theta - \frac{\pi}{6}\right) - \frac{1}{\sqrt{3}}K\theta^2 + \left\{ -\sin\left(\theta_f - \frac{\pi}{6}\right) + \frac{2}{\sqrt{3}}K\theta_f + \frac{i_{dc@ \theta_f}}{\sqrt{2}I_{ss}} \right\} \theta \right]_{\theta_f}^{\theta_f + \frac{\pi}{3}} \\ &= \frac{3\sqrt{2}}{\pi} I_{ss} \sqrt{1 - \frac{4\pi^2 K^2}{27}} \end{aligned} \quad (5.64)$$

以上の関係から、全モード域の $I_{dc}(I_{ss}, K)$ 特性、すなわち、 $I_{dc}(X_s, V_{dc})$ 特性が得られる。また、各動作点における $\Delta V_{dc}/\Delta I_{dc}$ を計算することにより、直流側から見た等価抵抗 R_0 を計算できる。これらの計算結果を図 5.14 に示す。さらに、軽負荷領域の拡大図を図 5.15 に示す。ただし、一般化するために、 I_{dc} , V_{dc} , R_0 は、それぞれ、 $I_{ss}(= V_s/(\sqrt{3}X_s))$, $\sqrt{2}V_s$, X_s を基準に単位化した値で表している。

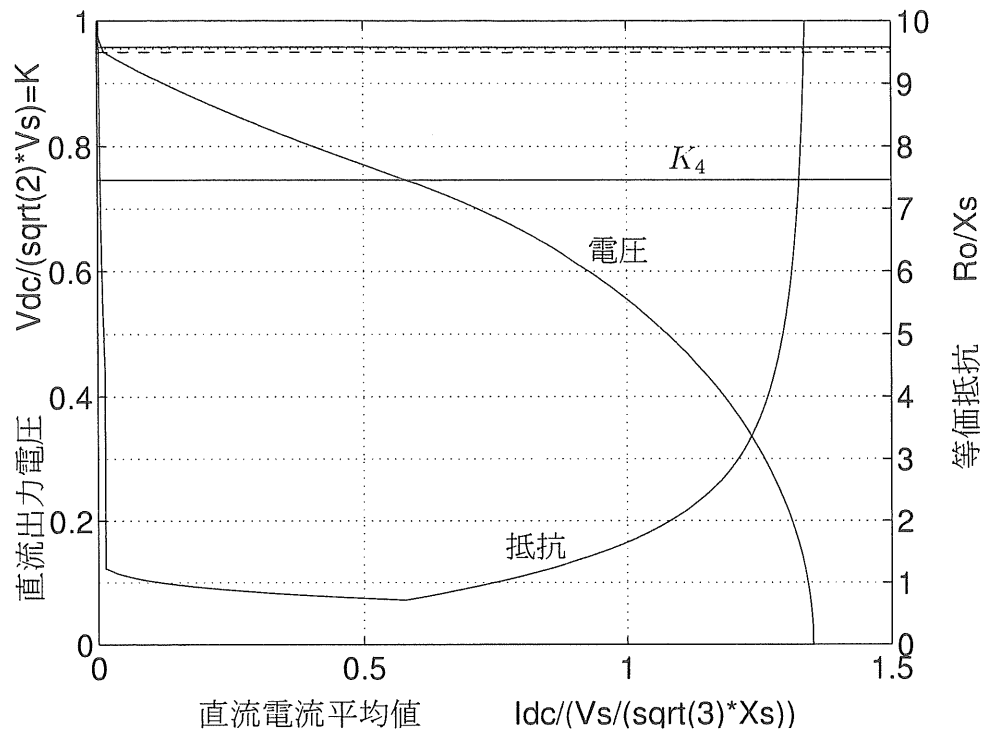


図 5.14: コンデンサインプット整流回路の電圧・電流・等価内部抵抗特性

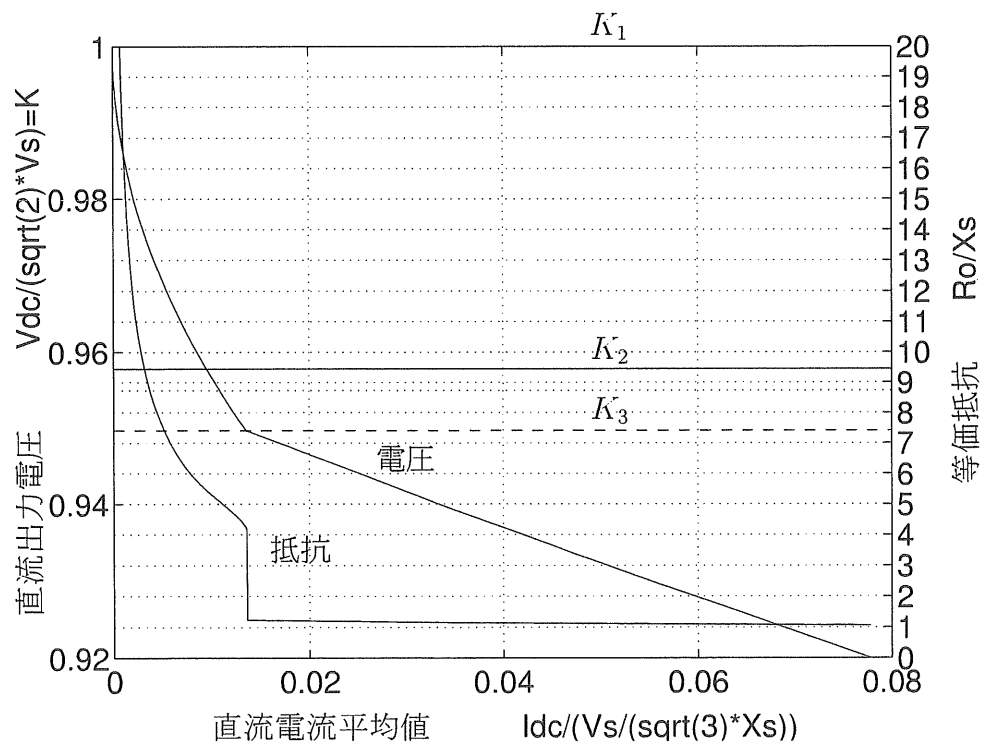


図 5.15: コンデンサインプット整流回路の特性（電流断続部を拡大）

5.2.2 軽負荷時の等価回路

インバータ駆動のモータが軽負荷ハンチングを起こしているときのコンバータは、 $K > K_3$ の電流断続モードにあることが多い。そこで、この領域に限定したコンバータの等価回路について検討しておく。電流断続モードにおいては、直流電流は電源の 1/6 周期ごとに 0 にリセットされ、過去の電流履歴の影響を受けない。言い換えれば、直流側から、電源の 1/6 周期より十分に長い周期を持った交流電流を流し込まれる場合、図 5.15 の等価抵抗は純抵抗としてのみ作用し、インダクタンス成分などは含まないことを意味する。これを考慮すると、コンデンサ・インプット・ダイオード 3 相ブリッジ整流回路の等価回路は図 5.16 (a) あるいは (b) として表せる。ここで、図中の C は図 5.10 のコンデンサの静

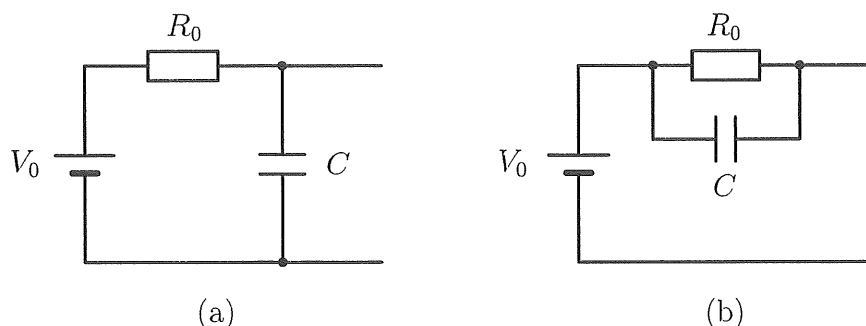


図 5.16: 電流断続時の整流器の等価回路

電容量， R_0 ， V_0 は図 5.15 を使用して求められる下記の値である。

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= \left(\frac{dV_{dc}}{dI_{dc}} \right)_{I_{dc}=I_0} \\ V_0 &= V_{dc@I_{dc}=I_0} + R_0 I_0 \end{aligned} \right\} \quad (5.65)$$

この等価回路の妥当性は、非線形回路シミュレータ PSIM により、正規の整流回路と動作比較して確認できる。図 5.17 (a) は、コンデンサインプット整流回路を電源としたインバータ駆動モータシステムにおける、シミュレーションによる DC リンク部の電圧波形である。インバータの短絡防止時間を故意に大きくしてハンチング状態にしている。同図 (b) は、コンデンサインプット整流回路を図 5.16 (b) の等価回路と置き換えてシミュレーションした結果である。それぞれの回路の性格上、起動完了までの波形は異なるが、定常状態でのハンチング波形は (a)，(b) とともに極めて良く一致している。同図 (c) は、等価回路の抵抗値が適正でない場合の波形である。また、図 5.18 (a) ～ (c) は、従来、コンデンサインプット整流回路の等価回路として扱われていた内部インダクタンスを有する直流電源を用いて、そのインダクタンス値を種々に変化させたときの波形である。これらの図より、正しい結果が得られるのは、提案した等価回路で図 5.15 から求めた適切な定数を使用した場合のみであることが分かる。

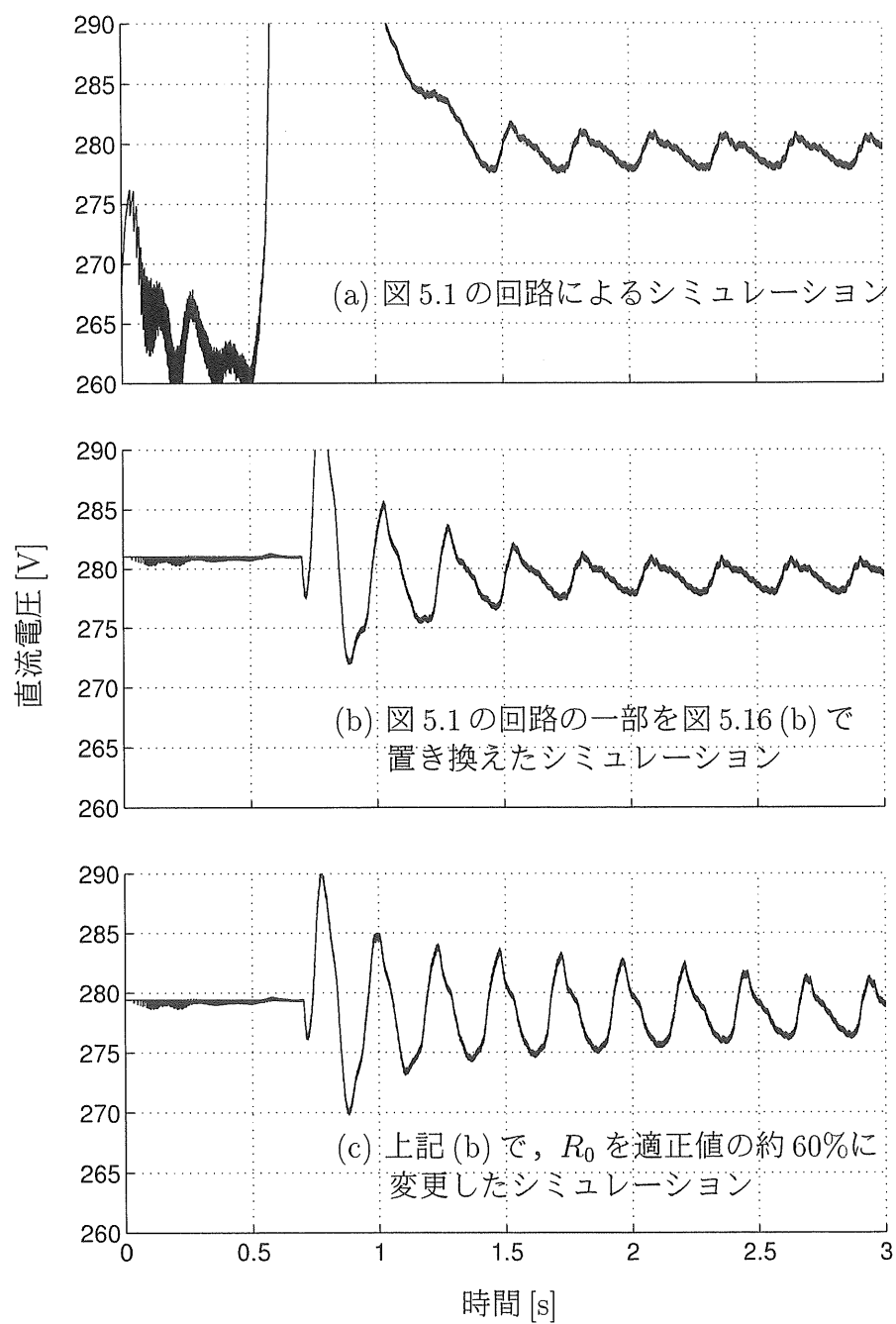


図 5.17: コンバータ等価回路の検証シミュレーション

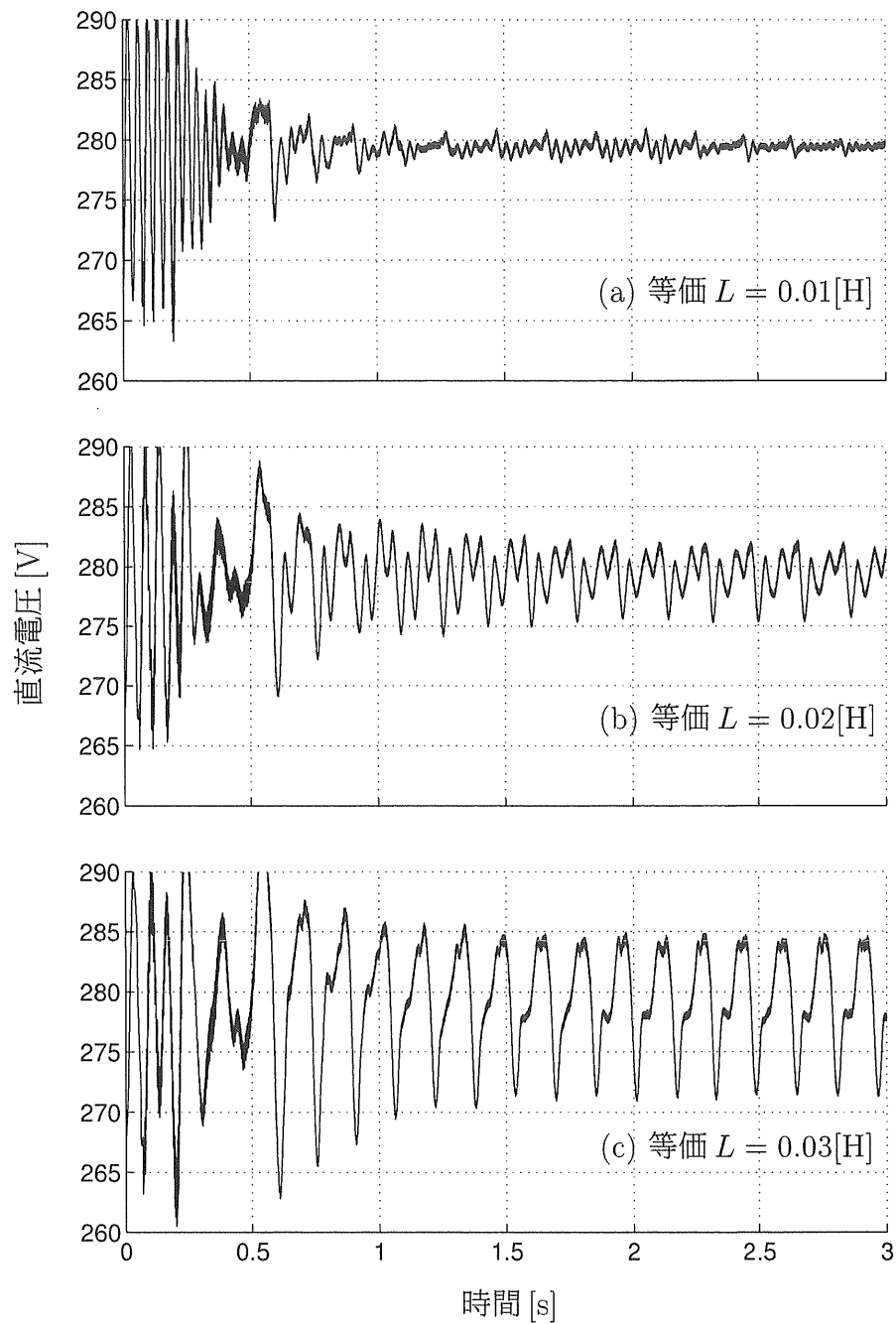


図 5.18: 従来の等価回路によるシミュレーション

5.2.3 負荷時の等価回路

負荷が大きくなると直流電流は連続通電モードに入り、直流側から見たコンバータのインピーダンスを純抵抗として扱うことは出来なくなる。システムに異常振動が生じた場合、結果としてコンバータの直流側には交流が重畳された電流が流れるが、この異常振動の定量的解析には、コンバータの直流側からみた等価交流インピーダンスが必要となる。このインピーダンスを導出するために、交流を重畳した直流電流源を図 5.19 (a) のように接続した回路を考える。なお、ここでは前節の場合とは異なり、出力コンデンサを切り離

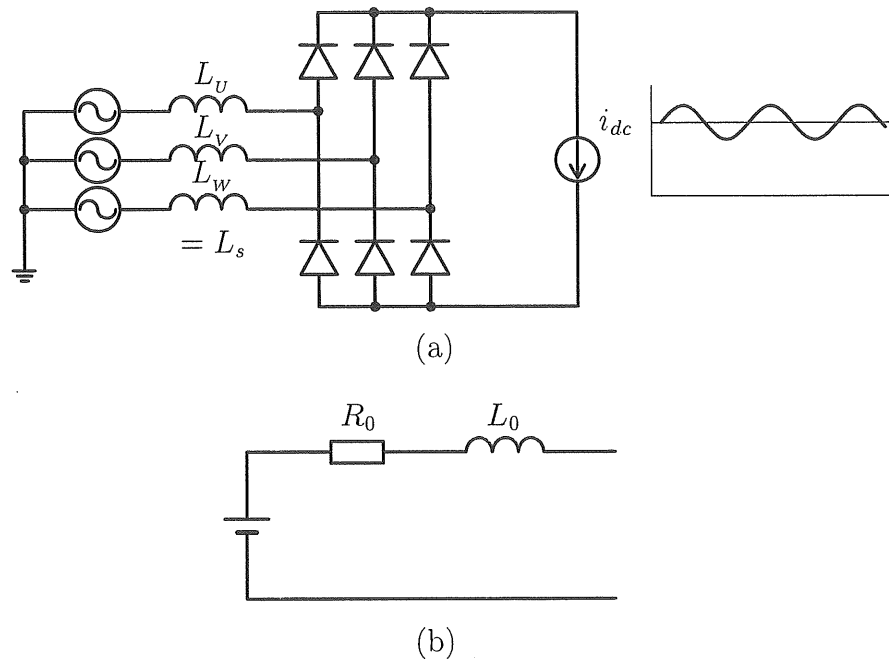


図 5.19: 直流電流に交流が重畳したときの等価回路

して考えているため、直流出力電圧が完全な直流であるという仮定は成り立たず、電圧－電流の静特性は、前節のものとは厳密には一致しない。しかし、直流側の交流特性に重点を置いて検討するためには妥当で現実的な条件である。この条件で得られた等価回路に出力コンデンサを追加することで、実用的なシステム検討は可能である。回路 (a) の等価回路としては従来から同図 (b) が使用されているが、その定数 R_0 , L_0 については、最も簡単な近似では下記のように扱われていた。

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= \frac{3}{\pi} \omega_s L_s \\ L_0 &= 2L_s \end{aligned} \right\} \quad (5.66)$$

すなわち、抵抗としては、この回路の直流電圧降下の値として公知の $3X_s I_{dc} / \pi$ に相当する等価抵抗を、インダクタンスとしては、直流電流が常時は電源の 2 つの相を通して流れることから、電源インダクタンスの 2 倍を採用したものである。やや詳細に考える場合、

転流期間中は直流電流が三相に分岐して流れることを考慮し、次のように扱われることもあった ([39][40])。

$$\left. \begin{aligned} R_0 &= \frac{3}{\pi} \omega_s L_s \\ L_0 &= (2 - 0.5K_u) L_s \end{aligned} \right\} \quad (5.67)$$

ただし、 K_u ：全周期に対し、転流期間が占める時間的割合 ($= \frac{u}{\pi/3}$)
 u ：転流重なり角

しかし、非線形回路シミュレーションによれば、いずれの値も実際の回路とは完全には等価にならないことが確認できる。上式だけでは、直流電流値が交流インピーダンス値に与える影響が、実際の値の半分程度にしかならない。この不一致を解消するためには、直流側に重畳された交流により電源側の L_s に発生する微分電圧が、転流に与える影響を考慮しなければならない。

転流前

図 5.20 のように、ダイオード WP, VN が導通中には下記が成り立っており、 i_{dc} に作用するインダクタンスは $2L_s$ である。

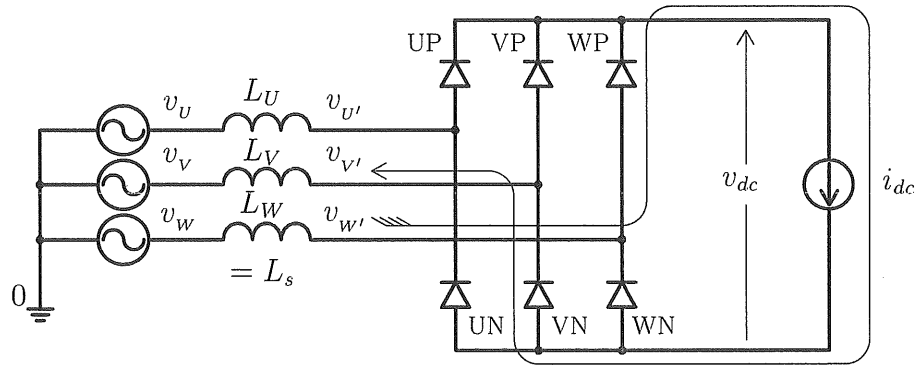


図 5.20: 転流前の回路状態

$$v_{w-v} = (L_w + L_v) \frac{di_{dc}}{dt} + v_{dc} = 2L_s \frac{di_{dc}}{dt} + v_{dc} \quad (5.68)$$

転流開始

WP → UP の転流開始時刻 t_c は、下記の電圧 $v_{u'-w'}$ が負から正に変わる時点である。

$$v_{u'-w'} = v_{u-w} + L_w \frac{di_{dc}}{dt} \quad (5.69)$$

したがって、 v_{U-W} が負から正に変わる時刻を $t = 0$ とすれば、次の関係が成立する。

$$v_{U'-W'} @ t=t_c = \sqrt{2}V_s \sin(\omega_s t_c) + L_s \frac{di_{dc}}{dt} = 0 \quad (5.70)$$

出力が完全に直流であれば、上式の第 1 項だけで転流開始時刻が決まり、 $t_c = 0$ となる。交流が重畳されているときの直流電流を下記のように表すことにする。

$$i_{dc} = I_{dc} + \sqrt{2}I_{ac} \sin(\omega_{dc} t + \theta_0) \quad (5.71)$$

これを (5.69) 式に代入すると次式が得られる。

$$V_s \sin \omega_s t_c = -L_s I_{ac} \omega_{dc} \cos(\omega_{dc} t_c + \theta_0) \quad (5.72)$$

ここで、 $\omega_s t_c \ll 1$ であることを考慮すると、上式より次の関係が求められる。

$$|\omega_s t_c|_{\max} \simeq \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{I_{ac}}{I_{ss}} \cdot \frac{\omega_{dc}}{\omega_s} \quad (5.73)$$

短絡電流 I_{ss} は一般に装置の定格電流の 10 倍以上はあり、さらに、不安定現象を検討する場合、想定する交流分 I_{ac} は装置の定格電流に比べて十分に小さい値で良い。また、不安定現象の振動周波数はせいぜい 10 ～ 20Hz 以下であり、 $\omega_{dc} \ll \omega_s$ となることが多い。これらを考慮すると、直流側に交流分が重畳されたことによる転流開始位相の変位は、大きく見積もっても電源周波数ベースで 0.5° 以下で非常に小さい。さらに、一般的に、転流中の出力電圧降下の瞬時値は転流初期にはほとんど 0 であり、転流完了直前に最大になることを考えれば、転流開始位相のわずかな 0.5° の変位は、平均的な直流電圧降下の値には実質的に影響を与えないものとして無視することができる。

転流中

図 5.21 から、この期間には次式が成立する。

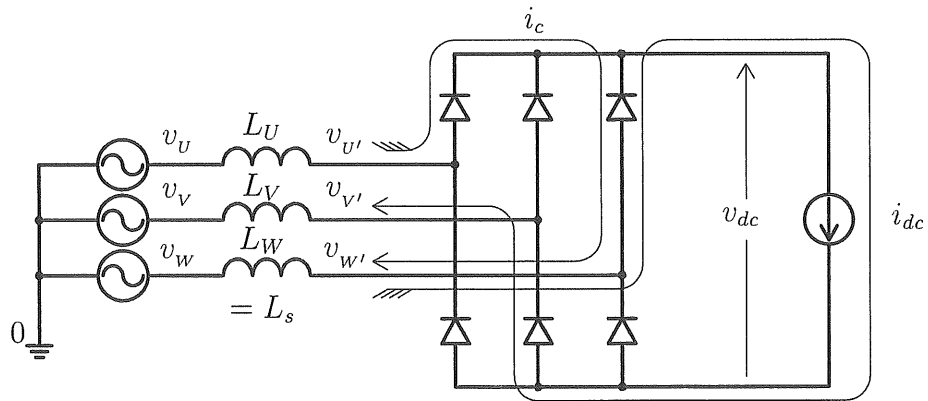


図 5.21: 転流中の回路状態

$$v_{U-W} = L_U \frac{di_c}{dt} + L_W \frac{d}{dt}(i_c - i_{dc}) \quad (5.74)$$

$$v_{W-V} = L_W \frac{d}{dt}(i_{dc} - i_c) + L_V \frac{di_{dc}}{dt} + v_{dc} \quad (5.75)$$

(5.75) 式に (5.74) 式から得られた di_c/dt を代入して整理すると、転流中の電圧の関係式として下記を得る。

$$-\frac{3}{2}v_V = \frac{3}{2}L_s \frac{di_{dc}}{dt} + v_{dc} \quad (5.76)$$

この期間に i_{dc} に作用するインダクタンスは $3L_s/2$ である。

転流完了

転流による出力電圧降下の瞬時値は、転流完了の直前に最大となるので、交流電流が重畳される影響で転流完了のタイミングが変化すれば、平均的な電圧降下へ与える影響も無視できない。(5.74) 式から得られた di_c/dt を積分して i_c を求めると、

$$i_c = \int_{t_c}^t \frac{di_c}{dt} dt = \frac{1}{2L_s} \int_{t_c}^t v_{U-W} dt + \frac{1}{2}(i_{dc} - i_{dc@t_c}) \quad (5.77)$$

転流完了時点の t を t_u とすると、この点では $i_c = i_{dc}$ となるので、(5.77) 式より次の関係が得られる。

$$\frac{1}{2L_s} \int_{t_c}^{t_u} v_{U-W} dt = \frac{1}{2}(i_{dc@t_u} + i_{dc@t_c}) \quad (5.78)$$

前述のように $\omega_s t_c$ は無視できるほど小さいので、上式はさらに次式と等価であるとみなせる。

$$\frac{1}{2L_s} \int_0^{t_u} v_{U-W} dt = \frac{1}{2}(i_{dc@t_u} + i_{dc@t=0}) \quad (5.79)$$

上式は WP から UP への 1 回分の転流のタイミングだけを表現する式である。実際には、転流は電源周波数ベースで 60° 毎に起こるので、直流電流に重畳した交流の周波数ベースで見れば、図 5.22 (b) のようになる。(5.79) 式の左辺は 60° 毎の周期関数となり、右辺の関数との各交点が転流完了点となる。この点は、右辺の関数の脈動によって、交流の重畳が無い場合の交点を中心に左右に移動し、それに応じて、出力電圧 v_{dv} は同図 (a) のように変化する。この v_{dv} と、交流の重畳がないときの v_{dv} との偏差は、同図 (c) に示すようになる。この低周波の基本波成分が、(5.79) 式の右辺の関数と同位相になることは図より明らかである。(5.79) 式の右辺の関数を任意の転流完了点を中心に表現しなおすと、

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(i_{dc@t=t} + i_{dc@t=t-t_u}) &= I_{dc} + \frac{1}{\sqrt{2}} I_{ac} [\sin(\omega_{dc}t + \theta_0) + \sin\{\omega_{dc}(t - t_u) + \theta_0\}] \\ &= I_{dc} + \sqrt{2} I_{ac} \cos\left(\frac{\omega_{dc}}{\omega_s} \cdot \frac{u}{2}\right) \sin(\omega_{dc}t + \theta_0 - \frac{\omega_{dc}}{\omega_s} \cdot \frac{u}{2}) \end{aligned} \quad (5.80)$$

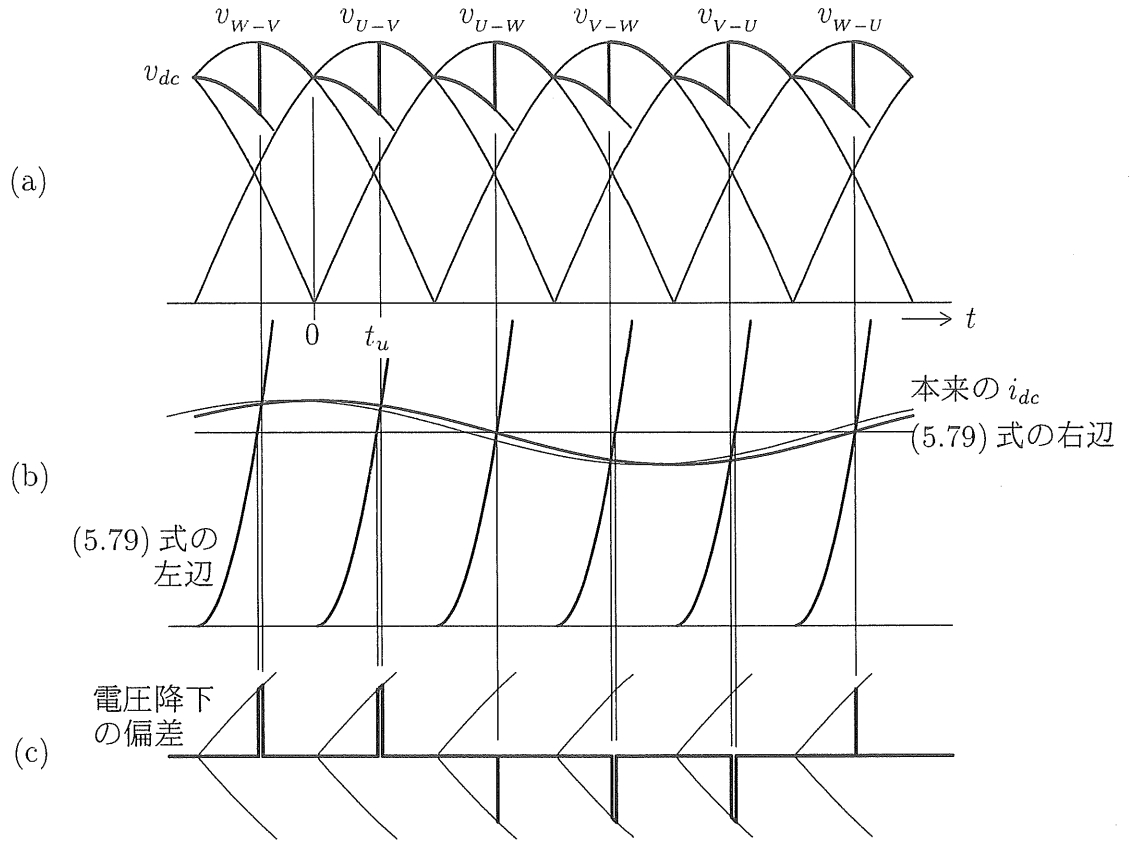


図 5.22: 交流重畳時の電圧降下

ただし、 u : 直流電流 I_{dc} に対する電源周波数ベースの転流重なり角

$$= \cos^{-1}(1 - \sqrt{2}\omega_s L_s I_{dc}/V_s)$$

以上をまとめると、転流前（転流後も同様）のインダクタンスは $2L_s$ 、転流中のインダクタンスは $3L_s/2$ であるから、電源の $1/6$ 周期の期間で平均した等価インダクタンス L_0 は次式のようになり、(5.67) 式と一致する。

$$L_0 = \frac{3}{\pi} \left\{ 2L_s \left(\frac{\pi}{3} - u \right) + \frac{3}{2} L_s u \right\} = (2 - 0.5K_u) L_s \quad (5.81)$$

しかし、 R_0 の値については、これに対応する電圧降下の大きさおよび位相が、(5.80) 式により変成されて純抵抗ではなくなるため、等価的にインダクタンス成分も含むようになる。結果として、図 5.23 のベクトル図から次の値が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} R'_0 &= \frac{3}{\pi} \omega_s L_s \cos\left(\frac{\omega_{dc}}{\omega_s} \cdot \frac{u}{2}\right) \\ X'_0 &= (2 - 0.5K_u) \omega_{dc} L_s - \frac{3}{\pi} \omega_s L_s \sin\left(\frac{\omega_{dc}}{\omega_s} \cdot \frac{u}{2}\right) \\ \text{あるいは,} \\ L'_0 &= (2 - 0.5K_u) L_s - \frac{3}{\pi} \cdot \frac{\omega_s}{\omega_{dc}} L_s \sin\left(\frac{\omega_{dc}}{\omega_s} \cdot \frac{u}{2}\right) \end{aligned} \right\} \quad (5.82)$$

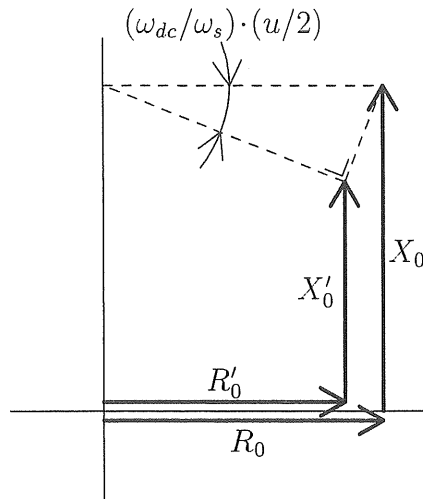


図 5.23: 電圧降下のベクトル図

図 5.24, 5.25 は, 電源線間電圧実効値 443.4[V], 同・周波数 60[Hz], $L_s = 0.00416$ [H], $I_{dc} = 20$ [A] なる条件において, 従来の (5.67) 式および本提案の (5.82) 式による理論値, およびシミュレーションの結果を比較したものである。本提案による理論値がシミュレーション結果と良く一致しているのが確認できる。なお, シミュレーション結果は, 非線形回路シミュレータ PSIM により直流出力電圧波形を計算し, この波形から MATLAB により目的の交流周波数成分の振幅と位相を抽出して求めた。

なお, 本結果は, インバータとの組み合わせによる安定性の検討以外にも, 下記のような場合に有用である。

1. 第 3 章で扱ったチョッパシステムなどの製品試験は, 通常, 三相ダイオードブリッジ整流回路から直流電源を供給して行われる。この場合, (5.82) 式より導かれるインピーダンスが, 電源の内部インピーダンスとなり, チョッパの安定性を左右する重要な要素となる。
2. チョッパシステムから電源に流れ込む低周波 EMI の検討には, 直流側から見た電源の精密な交流インピーダンスが必要になる。

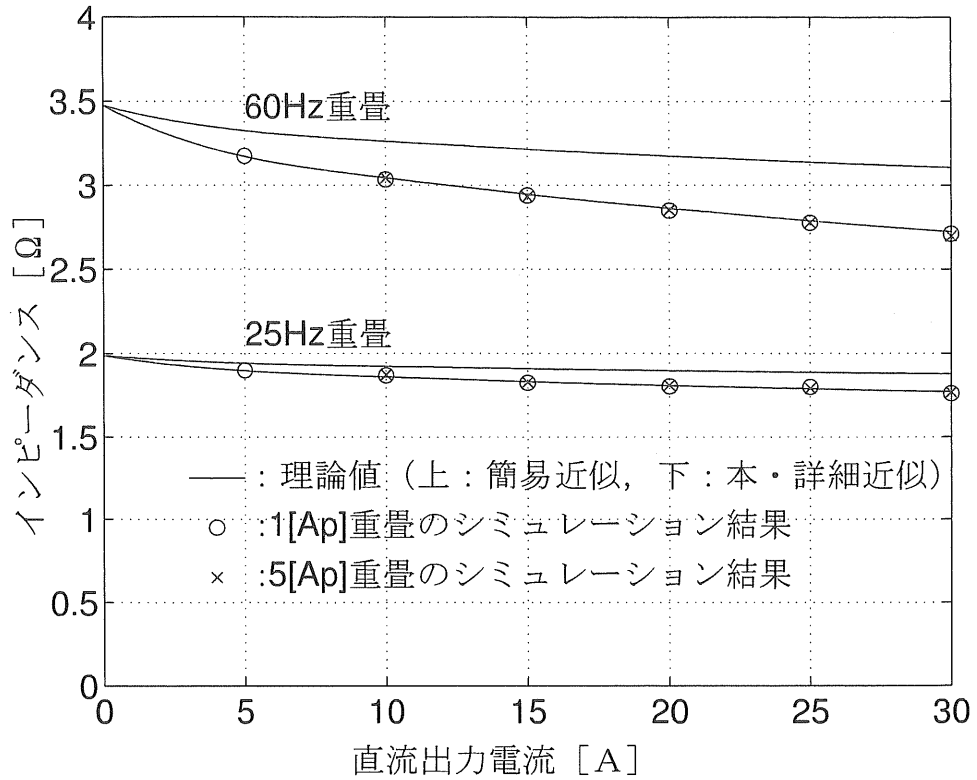


図 5.24: 整流回路の出力から見た交流インピーダンス

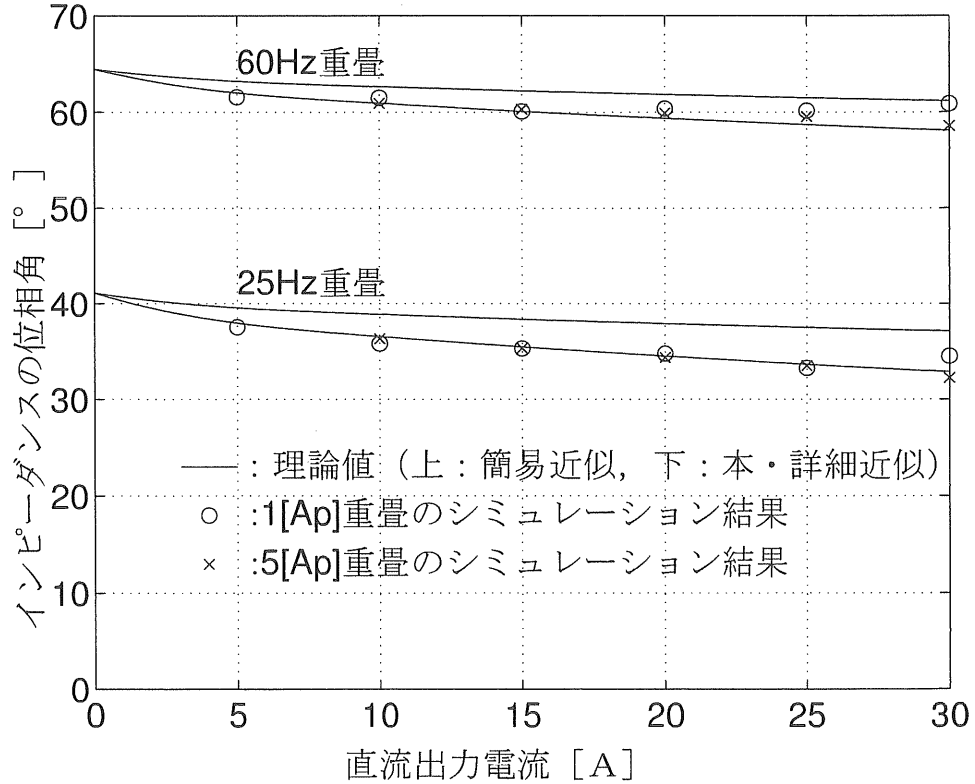


図 5.25: 整流回路の出力から見た交流インピーダンス (位相角)

5.3 T_d や素子電圧降下のインバータ特性への影響

図 5.26 に示す PWM インバータは、図 5.27 (a) に示すように、出力電圧波形の指令値である各相の基準電圧信号をキャリア波形と比較し、正側と負側のアームの導通状態を交互に切り替えることで擬似正弦波電圧を出力する。しかし、正と負の切り替えの過渡時

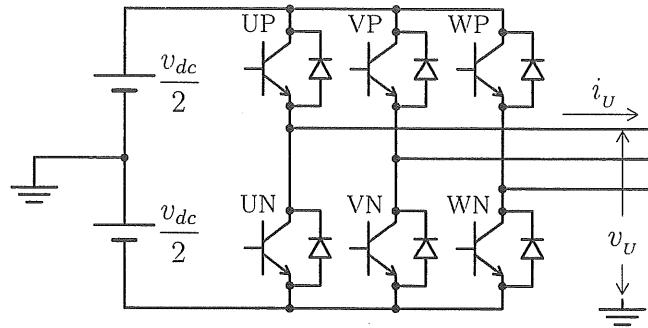
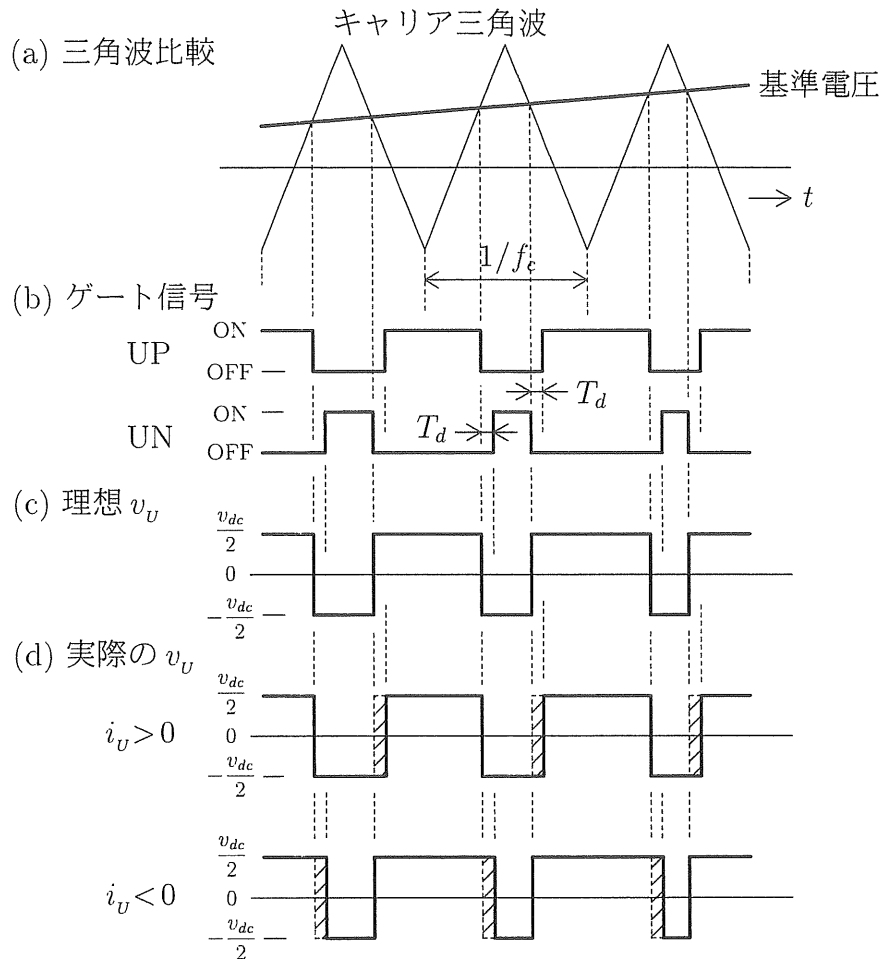


図 5.26: PWMインバータ基本回路

には、素子の動作遅れにより正負の両アームが同時導通し、直流電源を短絡する危険がある。そこで一般には、同図 (b) のように、切り替え時にごく短期間の「正負アーム短絡防止期間」を設け、正負いずれのアームにも導通指令を与えないようにしている。本論文ではこの期間を T_d と呼ぶことにする。この T_d としては、動作遅れの大きなバイポーラトランジスタでは数 $10\mu\text{s}$ 、動作が比較的速い IGBT では数 μs 程度が必要になる。 T_d は全期間から見れば短時間ではあるが、この間、インバータは無制御状態であり、本来あるべき極性とは逆の電圧が出力され得る。すなわち、電流がモータ側へ流れ出しているとき、その相の交流出力端子には、負側アームのバイパスダイオードを通して電源の負電位が現れ、モータから電流が流れ込んでいるときには、正側のバイパスダイオードを通して正電位が現れる。これにより、理想的には同図 (c) となるべき出力電圧波形が (d) のように歪み、このインバータで駆動されている誘導電動機が、特に軽負荷時に不安定になるという現象が報告されている。この現象を解析する試みは既にいくつか報告されているが、まだ十分とは言えないことは第 1 章で述べた通りである。

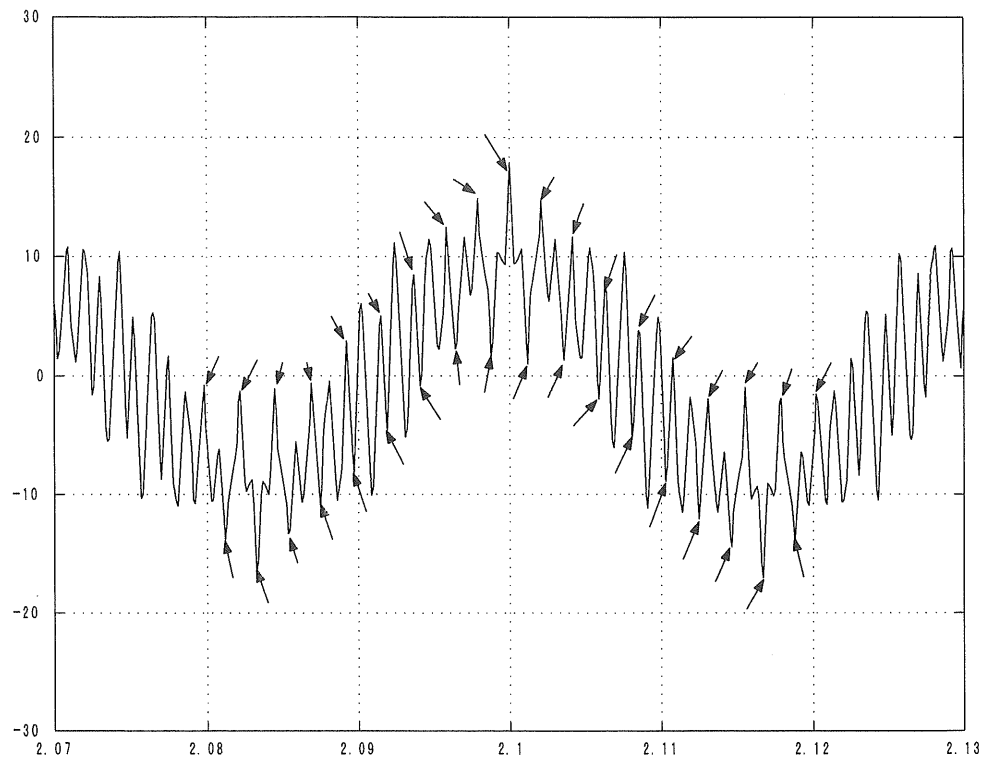
5.3.1 T_d とモータ電流リップルを考慮した状態方程式

正確には、インバータが無制御となる期間の始まりは、 T_d 期間開始直後ではなく、それよりやや遅れて素子が実際にターンオフする時点である。同様に、無制御期間の終了は、 T_d 期間の終了時ではなく、新たな素子が導通を開始する時点である。したがって、厳密には素子のターンオン、ターンオフ遅れ時間も考慮する必要があるが、これらはモータ電流の瞬時値や素子温度などによっても変化するので扱いが煩雑となる。ここでは主に比較的電流の小さい軽負荷時の現象だけを扱うこともあり、ターンオン、ターンオフ時間の影

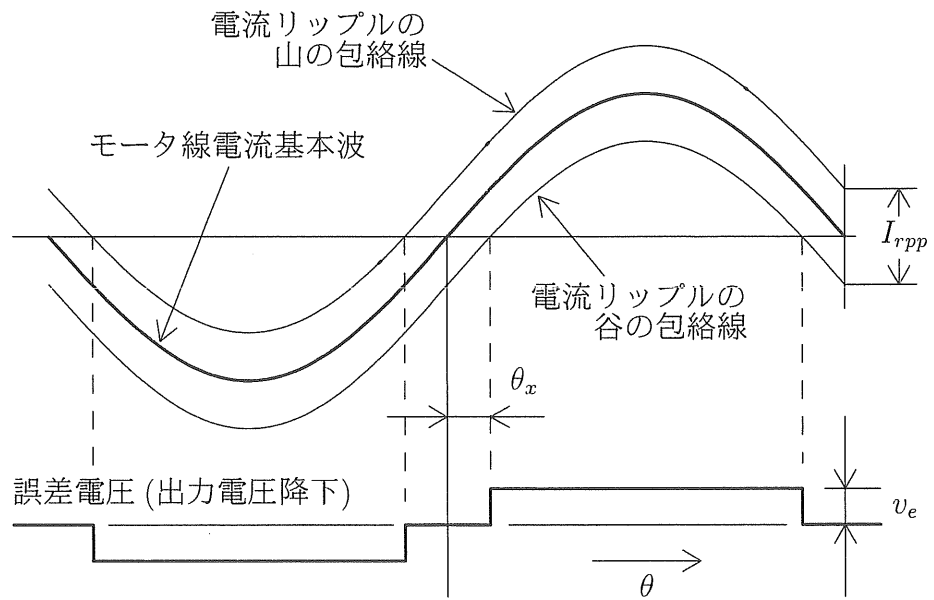

 図 5.27: T_d の出力電圧への影響

響は受けにくいと考え、 T_d のみを考慮して検討する。

従来の報告では、 T_d が全周期に占める割合だけで安定性が決まるように説明されていた。これによれば、IGBT で 1 ～ 2kHz 程度のキャリア周波数を採用しているぶんには、 T_d の影響については全く考慮する必要がないように思われる。しかし、非公式ながら、それでも不安定現象が報告された例も見られる。そこで、 T_d による出力電圧波形の歪みにも大きな影響を与えるモータ電流リップルに着目し、これが安定性に副次的に作用している可能性を検討するために、両者を考慮した状態方程式を導出する。電流リップルを考慮したときの T_d による出力電圧歪みの様子は図 5.28 に示す通りである。同図 (a) の矢印で示した電流リップルの山と谷は、この電流の自相のアームのスイッチングにより生じたものである。その他の山と谷は他相のスイッチングによるものなので、これらの部分に存在するはずの T_d は、この電流が流れている相の出力電圧には歪みを生じない。矢印で示した部分でも、歪みの原因になるのは、これらのリップル電流の山が負（モータから流れ込み）の場合と、リップルの谷が正（モータへ流れ出し）の場合だけである。それ以外の部分では、無制御動作による出力が本来あるべき出力と同極性になるため、歪みは生じな



(a) モータ電流波形



(b) 近似電流波形と誤差電圧

図 5.28: T_d による出力電圧の歪み

い。したがって、電流リップルの山側の包絡線と谷側の包絡線の極性が互いに異なる期間では出力電圧の歪みは生じないことになり、歪みが生じない期間の幅は電流リップルが大きいほど長くなる。スイッチング毎に生ずるこれらのパルス状の歪みを平均的にみると、同図 (b) に「誤差電圧」として示すような矩形波となり、モータ線電流と同位相で、高さ v_e が次式で与えられる波形となる。

$$v_e = f_c T_d v_{dc} \quad (5.83)$$

ただし、 f_c ：キャリア周波数、 v_{dc} ：インバータの入力直流電圧。

リップル電流の振幅は位置によって異なり均一ではないが、これを一定値 I_{rpp} （両振幅）であると仮定し、モータ基本波電流実効値を I_M とすると、図中の θ_x は次式で与えられる。

$$\theta_x = \sin^{-1} \frac{I_{rpp}}{2\sqrt{2}I_M} = \sin^{-1} \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{I_{rpp}}{\sqrt{i_{sd}^2 + i_{sq}^2}} \quad (5.84)$$

ただし、 i_{sd}, i_{sq} ：モータ固定子の d 軸、 q 軸電流。

この矩形波の基本波を算出し、 $d-q$ 座標に変換した値 V_e は、

$$V_e = \sqrt{3} \frac{2\sqrt{2}}{\pi} v_e \cos \theta_x = \frac{2\sqrt{6}}{\pi} v_e \sqrt{\frac{i_{sd}^2 + i_{sq}^2 - \frac{3}{8} I_{rpp}^2}{i_{sd}^2 + i_{sq}^2}} \quad (5.85)$$

$d-q$ 座標の q 軸をモータ印加電圧の向きに合わせ $v_{sd} = 0$ とし、 $\gamma = \tan^{-1}(i_{sq}/i_{sd})$ と置いて、 V_e を d 軸成分 v_{ed} と q 軸成分 v_{eq} に分解すると、

$$v_{ed} = V_e \cos \gamma = \frac{i_{sd}}{\sqrt{i_{sd}^2 + i_{sq}^2}} V_e = \frac{2\sqrt{6}}{\pi} f_c T_d v_{dc} i_{sd} \frac{\sqrt{i_{sd}^2 + i_{sq}^2 - \frac{3}{8} I_{rpp}^2}}{i_{sd}^2 + i_{sq}^2} \quad (5.86)$$

$$v_{eq} = V_e \sin \gamma = \frac{i_{sq}}{\sqrt{i_{sd}^2 + i_{sq}^2}} V_e = \frac{2\sqrt{6}}{\pi} f_c T_d v_{dc} i_{sq} \frac{\sqrt{i_{sd}^2 + i_{sq}^2 - \frac{3}{8} I_{rpp}^2}}{i_{sd}^2 + i_{sq}^2} \quad (5.87)$$

(5.4) 式の v_{sd}, v_{sq} を $v_{sd}-v_{ed}, v_{sq}-v_{eq}$ と置換え、同式から (5.13) 式へ移行したのと同様な線形化操作を行う。なお、コンバータと組み合わせて解析する場合には v_{dc} も状態変数に加える必要があるが、ここでは直流電源は理想定電圧源として v_{dc} の変化は考えないこととする。これにより、純粋にインバータ部分だけが安定性に与える影響についての検討が可能になる。

$$\Delta v_{ed} = \frac{\partial v_{ed}}{\partial i_{sd}} \Delta i_{sd} + \frac{\partial v_{ed}}{\partial i_{sq}} \Delta i_{sq} = R_{e11} \Delta i_{sd} + R_{e12} \Delta i_{sq} \quad (5.88)$$

$$\Delta v_{eq} = \frac{\partial v_{eq}}{\partial i_{sd}} \Delta i_{sd} + \frac{\partial v_{eq}}{\partial i_{sq}} \Delta i_{sq} = R_{e12} \Delta i_{sd} + R_{e22} \Delta i_{sq} \quad (5.89)$$

ただし,

$$R_{e11} = \frac{\partial v_{ed}}{\partial i_{sd}} = \frac{2\sqrt{6}}{\pi} f_c T_d v_{dc} \frac{i_{sq0}^2(i_{sd0}^2 + i_{sq0}^2) + \frac{3}{8} I_{rpp}^2(i_{sd0}^2 - i_{sq0}^2)}{(i_{sd0}^2 + i_{sq0}^2)^2 \sqrt{i_{sd0}^2 + i_{sq0}^2 - \frac{3}{8} I_{rpp}^2}} \quad (5.90)$$

$$R_{e22} = \frac{\partial v_{eq}}{\partial i_{sq}} = \frac{2\sqrt{6}}{\pi} f_c T_d v_{dc} \frac{i_{sd0}^2(i_{sd0}^2 + i_{sq0}^2) + \frac{3}{8} I_{rpp}^2(i_{sq0}^2 - i_{sd0}^2)}{(i_{sd0}^2 + i_{sq0}^2)^2 \sqrt{i_{sd0}^2 + i_{sq0}^2 - \frac{3}{8} I_{rpp}^2}} \quad (5.91)$$

$$R_{e12} = \frac{\partial v_{ed}}{\partial i_{sq}} = \frac{\partial v_{eq}}{\partial i_{sd}} = -\frac{2\sqrt{6}}{\pi} f_c T_d v_{dc} \frac{i_{sd0} i_{sq0} (i_{sd0}^2 + i_{sq0}^2 - \frac{3}{4} I_{rpp}^2)}{(i_{sd0}^2 + i_{sq0}^2)^2 \sqrt{i_{sd0}^2 + i_{sq0}^2 - \frac{3}{8} I_{rpp}^2}} \quad (5.92)$$

(5.90) ~ (5.92) 式の項が追加されることによって, (5.14) 式の行列 \mathbf{M}_3 の左上隅の小行列は下記のように置き換えられる。

$$\begin{bmatrix} R_s & -\omega_0 \sigma L_s \\ \omega_0 \sigma L_s & R_s \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} R_s + R_{e11} & -\omega_0 \sigma L_s + R_{e12} \\ \omega_0 \sigma L_s + R_{e12} & R_s + R_{e22} \end{bmatrix} \quad (5.93)$$

これが, (5.16) 式で変換されると, (5.18) 式の行列 \mathbf{A} の左上隅の小行列も下記のように置き換わる。

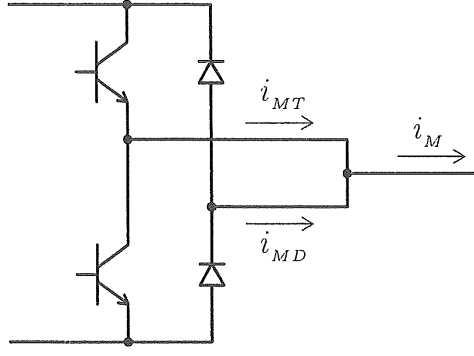
$$\begin{bmatrix} -a_2 & \omega_0 \\ -\omega_0 & -a_2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} -a'_2 & \omega_0 - R_{e12}/(\sigma L_s) \\ -\omega_0 - R_{e12}/(\sigma L_s) & -a''_2 \end{bmatrix} \quad (5.94)$$

$$\text{ただし, } a'_2 = \frac{R_s + R_{e11}}{\sigma L_s} + \frac{R_r M^2}{\sigma L_s L_r^2}, \quad a''_2 = \frac{R_s + R_{e22}}{\sigma L_s} + \frac{R_r M^2}{\sigma L_s L_r^2}$$

この \mathbf{A} の固有値により, T_d と電流リップルを同時に考慮した安定判別が可能である。無負荷の場合には $i_{sq0} \simeq 0$ であることを考慮すると, R_{e12} はごく小さい値であり, 安定性にはあまり大きな影響は与えないと考えられる。電流リップル I_{rpp} が無視できる場合には, R_{e11} も同様に小さく, R_{e22} が支配的になると考えられるが, リップルが大きい場合には R_{e11} の影響力も増してくる。以上のように, 条件によってそれぞれの項の効き方は変わってくるが, T_d によりモータの固定子抵抗が等価的に増加することになる。第 5.1 節で示したように, これは安定性を悪くする方向に作用する。

5.3.2 素子の電圧降下を考慮した状態方程式

比較的高速の IGBT を使用し, スイッチング周波数を低めに設定すれば, T_d による v_e は十分に低い値になる。その状態でもハンチングが発生する可能性を検討する場合, 素子の順電圧降下の影響も考えられる。素子の順電圧降下は, T_d と同様に電流とほぼ同位相の歪み電圧を発生し, IGBT の順電圧降下はバイポーラトランジスタのそれより大きい。


 図 5.29: トランジスタ電流 i_{MT} とダイオード電流 i_{MD} の定義

さらに、トランジスタ本体と、バイパスダイオードでは順電圧特性が異なるので、負荷の力率や変調率によって影響の現れ方が変化することも考えられる。

インバータ一相分の正負のアームを図 5.29 のように変形して表現すると、図中の i_{MT} 、 i_{MD} は下記のように表される。

$$i_{MT} = i_M f'_s(\theta) \quad (5.95)$$

$$i_{MD} = i_M \{1 - f'_s(\theta)\} \quad (5.96)$$

ただし、 $f'_s(\theta)$: i_M から i_{MT} を切り出すためのスイッチング関数で、1/0 の 2 値のみをとる。

この電流 i_{MT} 、 i_{MD} による出力電圧降下 v_T 、 v_D は、それぞれ下記のように近似できる。

$$v_T = \text{sign}(i_{MT})V_{0T} + R_T i_{MT} \quad (5.97)$$

$$v_D = \text{sign}(i_{MD})V_{0D} + R_D i_{MD} \quad (5.98)$$

ただし、 V_{0T} 、 V_{0D} : トランジスタとダイオードの等価ゼナー電圧、 R_T 、 R_D : 同じく、等価内部抵抗、 $\text{sign}(\)$: () 内が正/0/負のとき、1/0/-1。

ここで、正側トランジスタのゲート信号を、図 5.30 に示すようなスイッチング関数 $f_s(\theta)$ で表すことにする。出力の相電圧基本波を $\sin \theta$ と同相と仮定すれば、このスイッチング関数 $f_s(\theta)$ の基本波成分 $F_s(\theta)$ は下記で表される。

$$F_s(\theta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}m \sin \theta \quad (5.99)$$

ただし、 m : インバータの変調率=基準電圧正弦波ピーク値/キャリア三角波ピーク値。

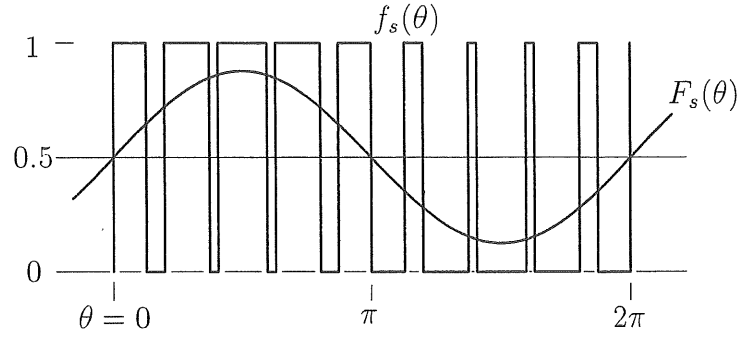


図 5.30: PWMスイッチング関数

(5.95), (5.96) 式中のスイッチング関数 $f'_s(\theta)$ およびその基本波 $F'_s(\theta)$ を, $f_s(\theta)$ と $F_s(\theta)$ を使用して表現し直すと下記ようになる。

$i_M > 0$ のとき

$$f'_s(\theta) = f_s(\theta) \quad (5.100)$$

$$F'_s(\theta) = F_s(\theta) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}m \sin \theta \quad (5.101)$$

$i_M < 0$ のとき

$$f'_s(\theta) = 1 - f_s(\theta) \quad (5.102)$$

$$F'_s(\theta) = 1 - F_s(\theta) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}m \sin \theta \quad (5.103)$$

上式を一般化すれば, 下記のように表せる。

$$F'_s(\theta) = \frac{1}{2} + \text{sign}(i_M) \frac{1}{2}m \sin \theta \quad (5.104)$$

(5.97) 式に (5.95) 式を代入すると, トランジスタによる電圧降下の瞬時値は,

$$v_T = \{\text{sign}(i_M)V_{0T} + R_T i_M\} f'_s(\theta) \quad (5.105)$$

$i_M = \sqrt{2}I_M \sin(\theta - \varphi)$ とすると, v_T から高周波成分を除去した電圧降下 v_{eT} は,

$$\begin{aligned} v_{eT} &= \{\text{sign}(i_M)V_{0T} + R_T i_M\} F'_s(\theta) \\ &= 0.5\text{sign}\{\sin(\theta - \varphi)\}V_{0T} + 0.5\sqrt{2}R_T I_M \sin(\theta - \varphi) \\ &\quad + 0.5V_{0T}m \sin \theta + 0.5\sqrt{2}R_T I_M m |\sin(\theta - \varphi)| \sin \theta \end{aligned} \quad (5.106)$$

同様に, ダイオードによる電圧降下 v_{eD} は,

$$\begin{aligned} v_{eD} &= \{\text{sign}(i_M)V_{0D} + R_D i_M\} \cdot \{1 - F'_s(\theta)\} \\ &= 0.5\text{sign}\{\sin(\theta - \varphi)\}V_{0D} + 0.5\sqrt{2}R_D I_M \sin(\theta - \varphi) \\ &\quad - 0.5V_{0D}m \sin \theta - 0.5\sqrt{2}R_D I_M m |\sin(\theta - \varphi)| \sin \theta \end{aligned} \quad (5.107)$$

両者を合成すると、

$$v_e = v_{eT} + v_{eD} = \text{sign}\{\sin(\theta - \varphi)\} \frac{V_{oT} + V_{oD}}{2} + \sqrt{2} \frac{R_T + R_D}{2} I_M \sin(\theta - \varphi) + \frac{V_{oT} - V_{oD}}{2} m \sin \theta + \sqrt{2} \frac{R_T - R_D}{2} I_M m |\sin(\theta - \varphi)| \sin \theta \quad (5.108)$$

この電圧を $d-q$ 変換して各軸の成分に分解する。第 1, 2 項は T_d の場合と類似の、モータ電流と同相の成分であり、前回と同様の考え方で処理できる。第 3 項は相電圧と同相の成分なので q 軸成分のみで構成される。第 4 項に含まれる $|\sin(\theta - \varphi)| \sin \theta$ はやや複雑な波形となるので、下記で示す基本波のみを考慮して各軸の成分に分解する。

$$|\sin(\theta - \varphi)| \sin \theta \text{ の基本波 } = \frac{4}{3\pi} (1 + \cos^2 \varphi) \sin \theta - \frac{4}{3\pi} \sin \varphi \cos \varphi \cos \theta \quad (5.109)$$

最終的に、 v_e の d 軸および q 軸成分は次のようになる。

$$v_{ed} = \frac{2\sqrt{6}}{\pi} \cdot \frac{V_{oT} + V_{oD}}{2} \cdot \frac{i_{sd}}{\sqrt{i_{sd}^2 + i_{sq}^2}} + \frac{R_T + R_D}{2} i_{sd} + \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{R_T - R_D}{2} m \frac{i_{sd} i_{sq}}{\sqrt{i_{sd}^2 + i_{sq}^2}} \quad (5.110)$$

$$v_{eq} = \frac{2\sqrt{6}}{\pi} \cdot \frac{V_{oT} + V_{oD}}{2} \cdot \frac{i_{sq}}{\sqrt{i_{sd}^2 + i_{sq}^2}} + \frac{R_T + R_D}{2} i_{sq} + \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{V_{oT} + V_{oD}}{2} m + \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{R_T - R_D}{2} m \frac{2i_{sq}^2 + i_{sd}^2}{\sqrt{i_{sd}^2 + i_{sq}^2}} \quad (5.111)$$

この場合も、線形化により (5.88), (5.89) 式が成立する。ただし、

$$R_{e11} = \frac{\partial v_{ed}}{\partial i_{sd}} = \frac{2\sqrt{6}}{\pi} \cdot \frac{V_{oT} + V_{oD}}{2} \cdot \frac{i_{sq0}^2}{(i_{sd}^2 + i_{sq}^2)^{3/2}} + \frac{R_T + R_D}{2} + \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{R_T - R_D}{2} m \frac{i_{sq0}^3}{(i_{sd0}^2 + i_{sq0}^2)^{3/2}} \quad (5.112)$$

$$R_{e22} = \frac{\partial v_{eq}}{\partial i_{sq}} = \frac{2\sqrt{6}}{\pi} \cdot \frac{V_{oT} + V_{oD}}{2} \cdot \frac{i_{sd0}^2}{(i_{sd}^2 + i_{sq}^2)^{3/2}} + \frac{R_T + R_D}{2} + \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{R_T - R_D}{2} m \frac{i_{sq0}(3i_{sd0}^2 + 2i_{sq0}^2)}{(i_{sd0}^2 + i_{sq0}^2)^{3/2}} \quad (5.113)$$

$$R_{e12} = \frac{\partial v_{ed}}{\partial i_{sq}} = \frac{\partial v_{eq}}{\partial i_{sd}} = -\frac{2\sqrt{6}}{\pi} \cdot \frac{V_{oT} + V_{oD}}{2} \cdot \frac{i_{sd0} i_{sq0}}{(i_{sd}^2 + i_{sq}^2)^{3/2}} + \frac{4}{3\pi} \cdot \frac{R_T - R_D}{2} m \frac{i_{sd0}^3}{(i_{sd0}^2 + i_{sq0}^2)^{3/2}} \quad (5.114)$$

T_d による場合と同様、上記の値を使用して、(5.94) 式に従い (5.18) 式の行列 \mathbf{A} を変換して、安定判別のための特性マトリクスを得ることができる。変調率 m が小さい場合には、トランジスタとダイオードの順電圧降下特性が平均的に作用するが、変調率が大きくなると両者の特性差の影響が現れる。素子の等価内部抵抗 R_T , R_D は、 R_{e11} と R_{e22} に等しく作用し、モータの固定子抵抗が増加したのと全く同様に作用する。等価ゼナー電圧 V_{oT} , V_{oD} は、無負荷の場合にはほとんど R_{e22} のみに影響を与える。

第6章 結論

前章までに、パワーエレクトロニクス機器において問題となった代表的な不安定現象についての研究成果を報告した。これらの内容と成果について要約すると下記ようになる。

第2章では、最近のパワーエレクトロニクス機器において要望が大きくなっている高周波における主回路ブスバーのインダクタンスや電流分布の簡易計算法を示し、これで計算した結果から高周波で見られるブスバーのインダクタンスの代表的な性質について考察した。さらに、多くの場合には2本のブスバーごとの組み合わせから求めた回路定数を適用するだけで、実用レベルの応用計算にも十分に有効であることを示した。また、この手法を最近の大容量インバータにおいて注目されているDCリンクの寄生共振問題の解析に適用し、共振周波数の非常に精度の良い予測が行えることを実験結果と対比しながら示した。

第3章では、電力の有効利用という社会的要請からも、十分な検討が必要になると考えられる入力LCフィルタ付きチョッパ系の不安定現象について、定電力負性抵抗負荷という観点から定量的に論じた。また、これを防止するための3つの対策について、多くの種類の負荷を念頭に置いた安定化の効果について、根軌跡法を主体にして検討した。さらに、その検討結果の妥当性をシミュレーションによって裏付け、今後のこの種の機器の設計にとって有用な手法になり得ることを述べた。なお、本手法は、チョッパインバータ系だけでなく、入力にLCフィルタを有する他の種類の変換装置（例えば[23]）にも展開が可能である。

第4章では、誘導電動機のデジタルベクトル制御システムの離散化モデルとして3種類のモデルを提案し、これらの特性を検討した結果、次の結論を得た。

- (1) 特にモータが低速のときは、簡単な RL モデルでも、実際のシステムをかなり良好に表現できる。特に、 $K_P < \sigma L_s / T$ という非常に簡単な式だけで安定判別ができるので便利である。
- (2) 4次の誘導電動機モデルを使用した $d-q$ モデル、 $\alpha-\beta$ モデル、PWMモデルのいずれを用いても、安定判別の結果には殆ど差は認められない。PWMモデルでも他のモデルとほぼ同様の結果が得られていることから、インバータの電圧波形による電流リップルは、安定限界にほとんど影響を与えない。
- (3) モータが高速運転の場合には、安定運転のための最長許容サンプリング周期は短くなる傾向にある。

第5章では、PWM方式の V/f 制御インバータ駆動の誘導電動機システムにおいて、安定性に悪影響を与える上下アームの短絡防止時間について検討した。このために、まず、モータ単体での安定限界を、モータ定数の全組み合わせに対してビジブルに表現し、不安

定現象を回避するための配慮をモータの設計段階から容易に行えるようにした。また，従来よりも精度の良いコンバータの等価回路を導出し，システム全体の安定性検討への応用を可能にした。最後に， T_d をはじめ，スイッチング素子の順電圧降下や，電流リップルまで考慮した状態方程式を導き，これらが安定性に与える影響を明確にした。

以上，原因の正確な特定が困難だった問題点のうち，不安定現象に焦点を絞って詳細に検討し，実機に応用できるレベルまで掘り下げた。なお，現状において，不安定現象と同様，あるいはそれ以上に予測が困難なパワーエレクトロニクス機器の問題点としては，EMIなどのノイズ・トラブルがあり，今後の研究が待たれている。

参考文献

- [1] 片岡正博・栗田静夫・坪井克剛：「サイクロコンバータによるかご形誘導電動機のス
速度制御（三菱C I形，S V形サイクロコンバータ）」，三菱電機技報，Vol.45, No.5,
1971
- [2] Masahiro KATAOKA, Shizuo KURITA, Katsutaka TSUBOI: “Speed Control of
Squirrel Cage Induction Motors with Cycloconverters”, Mitsubishi Denki ENGI-
NEER, No.35, Dec 1972
- [3] 坪井克剛・岡部繁康・佐藤公夫：「水処理用回転機」，三菱電機技報，Vol.50, No.12,
1976
- [4] Sadanari Yano, Katsutaka Tsuboi: “MELTRAC-V Flow-Control Systems”, MIT-
SUBISHI ELECTRIC ADVANCE, VOL.12/JUN, 1980
- [5] 河面英則・荒井喜八・坪井克剛・山下隆三郎：「静止セルビウス方式における循環電
流特性」，電気学会回転機研究会資料 RM-80-29, 1980
- [6] 永石勝之・坪井克剛：「セメント工場キルンドライブ用サイリスタモータ」，電気四
学会連合大会，1981
- [7] 坪井克剛・荒井喜八・河面英則・増田博之：「誘導電動機のデジタル・ベクトル制
御」，電気学会 SPC-81-51, 1981
- [8] 坪井克剛・荒井喜八・増田博之：「D D Cハードウェアの共通化」，電気学会全国大
会，1982
- [9] 坪井克剛・荒井喜八・増田博之：「ベクトル制御のD D C」，電気四学会九州支部連
合大会，1982
- [10] 赤松昌彦・矢野禎成・瀬戸誠・坪井克剛・荒井喜八：「V V V Fインバータによる誘
導電動機のス
速度制御」，三菱電機技報，Vol.56, No.6, 1982
- [11] 岩永俊之・坪井克剛・小宮弘道・増田博之・荒井喜八：「電動機可変速制御用汎用D
D Cシステム」，三菱電機技報，Vol.57, No.7, 1983

- [12] 中道好信・野澤浩之・奥井明伸・池田春男：「インバータ・き電回路間の高調波共振の抑制」，平成3年電気学会産業応用部門全国大会，No.30
- [13] 奥井 明伸・加賀 重夫・池田 春男・木下 清：「大容量インバータの直流主回路共振とその抑制策」，電気学会研究会資料 SPC-96-55，19～28 (1996)
- [14] J.L.Schanen, E.Clavel, J.Roudet : “Modeling of Low Inductive Busbar Connections”, IEEE Industry Applications Magazine, Sep/Oct, 39-43 (1996-9/10)
- [15] A.E.RUEHLI : “Inductance Calculations in a Complex Integrated Circuit Environment”, IBM-Journal of research and developement, 470-481 (1972-9)
- [16] HOER C, LOVE C : “Exact Inductance Equations for Rectangular Conductors With Application to More Complicated Geometries”, JOURNAL OF RESEARCH of the National Bureau of Standards-C, Engineering and Instrumentation, Vol. 69C, No.2, 127-137 (1965-4/6)
- [17] 永石勝之：「矩形導体母線内の電流分布の測定とシミュレーション」，日本文理大学紀要，第28巻・第1号・(2000-2)
- [18] 能見誠・寺岡忠浩・高津英二・安波政弘：「電力注入制御型チョッパの動的性能解析」，昭和61年電気学会全国大会，No.910 (1986)
- [19] 木村彰・中村清：「誘導電動機駆動電気車制御系の安定化に関する考察」，電学誌 D, 110, No.3, 291～300 (1990)
- [20] 近藤圭一郎・松岡孝一・山下道寛・土谷武士：「電鉄車両用永久磁石同期電動機主回路システムの直流架線電圧変動時の安定性解析」，平成10年電気学会産業応用部門全国大会，No.76 (1998)
- [21] 例えば，辻峰男・山田英二・小山純・泉勝弘：「三相誘導機の2軸理論の応用」，長崎大学工学部研究報告，第14巻，No.22，51～58 (1984)
- [22] 奥野敦ほか：「パワーエレクトロニクスに適用されているシミュレータ」，平成10年電気学会産業応用部門全国大会，No.S.2-4-1 (1998)
- [23] 池田和郎，大山裕二，松浦敏明：「出力定電圧制御インバータのDC側負制動とその抑制」，半導体電力変換研究会，SPC-00-25，2000年1月
- [24] H. C. Wang: “Sampling Period and Stability Analysis for the Microcomputer-Based Motor Control Systems”, IEEE Transactions on Industrial Electronics and Control Instrumentation, Vol.IECI-28, No.2, p98-102(1981)

- [25] 原島文雄・近藤正示:「電動機駆動系のデジタル制御」, 計測と制御, Vol.22, No.7, 48 ~ 53(1983)
- [26] F L.Luo, Roland J.Hill: "Influence of Feedback Filter on System Stability Area in Digitally Controlled Thyristor Converters", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.IA-22, No.1, p18-24(1986)
- [27] F L.Luo, Roland J.Hill: "Fast Response and Optimum Regulation in Digitally Controlled Thyristor Converters", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.IA-22, No.1, p10-17(1986)
- [28] Roland J.Hill, F L.Luo: "Stability Analysis of Thyristor Current Controllers", IEEE Transactions on Industry Applications, Vol.IA-23, No.1, p49-56(1987)
- [29] 藤澤隆章・秋田鴻之助:「誘導機のベクトル制御におけるサンプリング時間の影響について」, 電学論D, Vol.109, No.4, 274 ~ 280(1989)
- [30] Y. Fu, E. Gilson, J.L. Debauche, F. Labrique, H. Buyse: "Current Control in Fully Digital VSI Fed SMPM Synchronous Motor Drive Systems", Record of the 27th IEEE PESC, p1568-p1574(1996)
- [31] 渡邊朝紀・福田典子・甘日出悟:「可変インピーダンスとしてのリニア発電機用PWMコンバータの制御」, 電学論D, Vol.120, No.2, 288 ~ 296(2000)
- [32] M. Tsuji, E. Yamada, K. Izumi and J. Oyama: "Modeling of a Current Source Inverter-Fed Induction Motor under Vector Control", Proc. of 10th IEEE IECON, p827-p832(1984)
- [33] M. Tsuji, E. Yamada, K. Izumi and J. Oyama: "Stability Analysis of a CSI-Fed Induction Motor with Digital Vector Controller", Record of the 19th IEEE PESC, p885-p892(1988)
- [34] 辻峰男・山田英二・泉勝弘・小山純:「電流形インバータ駆動誘導電動機ベクトル制御系の線形モデル」, 電学論D, Vol.110, No.2, 165 ~ 174(1990)
- [35] 村井由宏・細野勇・常弘譲:「PWMインバータで駆動される誘導電動機の安定性について」, 電学誌B, 105, No.5, 467 ~ 474 (1985)
- [36] 岸本健・松本圭二・鎌倉孝幸・大上正勝:「電圧形PWMインバータによる誘導電動機駆動系の安定性解析」, 電学誌B, 106, No.9, 737 ~ 744 (1986)
- [37] ROBERT H. NELSON, THOMAS A. LIPO, PAUL C. KRAUSE: "Stability Analysis of a Symmetrical Induction Machine", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Nov. 1969, p1710-p1717

- [38] 村井由宏・神本勝巳・常弘譲：「記述関数法のサイリスタ回路の解析への適用」，電学誌 B，95，No.4，177～184（1975）
- [39] 作井正昭・北村利博・藤田宏：「コンデンサ入力形单相整流回路の高調波解析」，電学論 D，Vol.112，No.6，523～529(1992)
- [40] 作井正昭・藤田宏：「コンデンサ入力形三相整流回路の高調波解析」，電学論 D，Vol.114，No.2，144～150(1994)

謝辞

本研究の遂行と論文の作成にあたり，担当教官として長期にわたる親身のご指導を賜りました長崎大学工学部・山田英二教授，辻峰男助教授，泉勝弘助手に深く感謝し，厚く御礼申し上げます。

また，本研究への有益な御助言と学位の御審査を賜りました長崎大学工学部・松尾寿夫教授，小山純教授，松尾博文教授にも心より厚く御礼申し上げます。

さらに，本研究のために多大なる御厚情を賜った元・勤務先の三菱電機（株）・三菱電機エンジニアリング（株）の関係各位に厚く御礼申し上げます。

付録 A （長方形の幾何学的平均距離）

第 2.1 節の (2.8) 式には，長方形の幾何学的平均距離の最終結果の式のみを示している。一般の文献には， $a \times b$ の長方形の幾何学的平均距離として $R = 0.2235(a + b)$ が示されているが，解析的に解いた結果を示した文献は見当たらない。そこで，ここに (2.8) 式の導出過程の概要を示し，その根拠を明らかにしておく。

まず，計算の過程で使用する重要な公式を挙げておく。一般の数学公式集では，特に定数 c の符号の扱いが曖昧であり，それらをそのまま使用したのでは正しい結果が得られないので注意が必要である。ここに挙げた公式は，この観点から十分に吟味し直したものである。

$$\int \log(c^2 + x^2) dx = x \log(c^2 + x^2) - 2x + 2|c| \tan^{-1} \frac{x}{|c|} \quad (1)$$

$$\int x \tan^{-1} \frac{c}{x} dx = \frac{\pi}{4} x^2 - \frac{1}{2} (x^2 + c^2) \tan^{-1} \frac{x}{c} + \frac{c}{2} x \quad (c \geq 0 \text{ のとき}) \quad (2)$$

$$\int x \tan^{-1} \frac{c}{x} dx = - \left\{ \frac{\pi}{4} x^2 - \frac{1}{2} (x^2 + c^2) \tan^{-1} \frac{x}{|c|} + \frac{|c|}{2} x \right\} \quad (c \leq 0 \text{ のとき}) \quad (3)$$

$$\int x \log(x^2 + c) dx = \frac{1}{2} x^2 \log(x^2 + c) - \frac{1}{2} x^2 + \frac{c}{2} \log(x^2 + c) \quad (c \geq 0 \text{ のとき}) \quad (4)$$

$$\int \tan^{-1} \frac{c}{x} dx = \frac{\pi}{2} x - x \tan^{-1} \frac{x}{c} + \frac{c}{2} \log \left\{ 1 + \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right\} \quad (c \geq 0 \text{ のとき}) \quad (5)$$

$$\int \tan^{-1} \frac{c}{x} dx = - \left[\frac{\pi}{2} x - x \tan^{-1} \frac{x}{|c|} + \frac{|c|}{2} \log \left\{ 1 + \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right\} \right] \quad (c \leq 0 \text{ のとき}) \quad (6)$$

$$\int x^2 \tan^{-1} \frac{c}{x} dx = \frac{\pi}{6} x^3 - \frac{1}{3} x^3 \tan^{-1} \frac{x}{c} + \frac{c}{6} x^2 - \frac{c^3}{6} \log \left\{ 1 + \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right\} \quad (c \geq 0 \text{ のとき}) \quad (7)$$

$$\int x^2 \tan^{-1} \frac{c}{x} dx = - \left[\frac{\pi}{6} x^3 - \frac{1}{3} x^3 \tan^{-1} \frac{x}{|c|} + \frac{|c|}{6} x^2 - \frac{|c|^3}{6} \log \left\{ 1 + \left(\frac{x}{c} \right)^2 \right\} \right] \quad (c \leq 0 \text{ のとき}) \quad (8)$$

$$\int \frac{1}{x^5} \log(1+x^2) dx = -\frac{1}{4x^4} \log(1+x^2) - \frac{1}{4x^2} + \frac{1}{2} \log \frac{\sqrt{x^2+1}}{|x|} \quad (9)$$

ここで基本となる (2.8) 式の 1 行目を再掲する。

$$\log R = \frac{1}{a^2 b^2} \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} \int_{-b/2}^{b/2} \int_{-a/2}^{a/2} \log \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} dx_1 dy_1 dx_2 dy_2 \quad (10)$$

この式を，内側から順次計算していく。

1 回目の積分

$$\begin{aligned} F_1 &= \int_{-a/2}^{a/2} \log \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} dx_1 \\ &= \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} - x_2 \right) \log \left\{ (y_1 - y_2)^2 + \left(\frac{a}{2} - x_2 \right)^2 \right\} + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} + x_2 \right) \log \left\{ (y_1 - y_2)^2 + \left(\frac{a}{2} + x_2 \right)^2 \right\} \\ &\quad - a + |y_1 - y_2| \tan^{-1} \frac{\frac{a}{2} - x_2}{|y_1 - y_2|} + |y_1 - y_2| \tan^{-1} \frac{\frac{a}{2} + x_2}{|y_1 - y_2|} \end{aligned} \quad (11)$$

2 回目の積分

$$\begin{aligned} F_2 &= \int_{-b/2}^{b/2} F_1 dy_1 = \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} - x_2 \right) \int_{-b/2}^{b/2} \log \left\{ (y_1 - y_2)^2 + \left(\frac{a}{2} - x_2 \right)^2 \right\} dy_1 \\ &\quad + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} + x_2 \right) \int_{-b/2}^{b/2} \log \left\{ (y_1 - y_2)^2 + \left(\frac{a}{2} + x_2 \right)^2 \right\} dy_1 - ab \\ &\quad + \int_{-b/2}^{b/2} |y_1 - y_2| \tan^{-1} \frac{\frac{a}{2} - x_2}{|y_1 - y_2|} dy_1 + \int_{-b/2}^{b/2} |y_1 - y_2| \tan^{-1} \frac{\frac{a}{2} + x_2}{|y_1 - y_2|} dy_1 \end{aligned} \quad (12)$$

2 回目の積分の第 1 項の計算

ここでは, $a/2 - x_2 \geq 0$ であることを考慮し,

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} - x_2 \right) \int_{-b/2}^{b/2} \log \left\{ (y_1 - y_2)^2 + \left(\frac{a}{2} - x_2 \right)^2 \right\} dy_1 \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} - x_2 \right) \left(\frac{b}{2} - y_2 \right) \log \left\{ \left(\frac{a}{2} - x_2 \right)^2 + \left(\frac{b}{2} - y_2 \right)^2 \right\} \\
 & \quad + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} - x_2 \right) \left(\frac{b}{2} + y_2 \right) \log \left\{ \left(\frac{a}{2} - x_2 \right)^2 + \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^2 \right\} - \left(\frac{a}{2} - x_2 \right) b \\
 & \quad + \left(\frac{a}{2} - x_2 \right)^2 \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} - y_2}{\frac{a}{2} - x_2} + \left(\frac{a}{2} - x_2 \right)^2 \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} + y_2}{\frac{a}{2} - x_2}
 \end{aligned} \tag{13}$$

2 回目の積分の第 2 項の計算

第 1 項の計算と同様に,

$$\begin{aligned}
 & \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} + x_2 \right) \int_{-b/2}^{b/2} \log \left\{ (y_1 - y_2)^2 + \left(\frac{a}{2} + x_2 \right)^2 \right\} dy_1 \\
 &= \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} + x_2 \right) \left(\frac{b}{2} - y_2 \right) \log \left\{ \left(\frac{a}{2} + x_2 \right)^2 + \left(\frac{b}{2} - y_2 \right)^2 \right\} \\
 & \quad + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} + x_2 \right) \left(\frac{b}{2} + y_2 \right) \log \left\{ \left(\frac{a}{2} + x_2 \right)^2 + \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^2 \right\} - \left(\frac{a}{2} + x_2 \right) b \\
 & \quad + \left(\frac{a}{2} + x_2 \right)^2 \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} - y_2}{\frac{a}{2} + x_2} + \left(\frac{a}{2} + x_2 \right)^2 \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} + y_2}{\frac{a}{2} + x_2}
 \end{aligned} \tag{14}$$

2 回目の積分の第 4 項の計算

積分範囲内で $y_1 - y_2$ の符号が変化するので, $|y_1 - y_2|$ の扱いに注意して,

$$\int_{-b/2}^{b/2} |y_1 - y_2| \tan^{-1} \frac{\frac{a}{2} - x_2}{|y_1 - y_2|} dy_1 = \frac{\pi}{4} \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^2 + \frac{\pi}{4} \left(\frac{b}{2} - y_2 \right)^2$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^2 + \left(\frac{a}{2} - x_2 \right)^2 \right\} \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} + y_2}{\frac{a}{2} - x_2} \\
 & -\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{b}{2} - y_2 \right)^2 + \left(\frac{a}{2} - x_2 \right)^2 \right\} \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} - y_2}{\frac{a}{2} - x_2} + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} - x_2 \right) b
 \end{aligned} \tag{15}$$

2回目の積分の第5項の計算

第4項の計算と同様に,

$$\begin{aligned}
 & \int_{-b/2}^{b/2} |y_1 - y_2| \tan^{-1} \frac{\frac{a}{2} + x_2}{|y_1 - y_2|} dy_1 = \frac{\pi}{4} \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^2 + \frac{\pi}{4} \left(\frac{b}{2} - y_2 \right)^2 \\
 & -\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^2 + \left(\frac{a}{2} + x_2 \right)^2 \right\} \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} + y_2}{\frac{a}{2} + x_2} \\
 & -\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{b}{2} - y_2 \right)^2 + \left(\frac{a}{2} + x_2 \right)^2 \right\} \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} - y_2}{\frac{a}{2} + x_2} + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} + x_2 \right) b
 \end{aligned} \tag{16}$$

2回目の積分の全項の合計

(12) 式の第1項 ((13) 式), 第2項 ((14) 式), 第3項, 第4項 ((15) 式), 第5項 ((16) 式) を合計すると,

$$\begin{aligned}
 F_2 = & \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} - x_2 \right) \left(\frac{b}{2} - y_2 \right) \log \left\{ \left(\frac{a}{2} - x_2 \right)^2 + \left(\frac{b}{2} - y_2 \right)^2 \right\} \\
 & + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} - x_2 \right) \left(\frac{b}{2} + y_2 \right) \log \left\{ \left(\frac{a}{2} - x_2 \right)^2 + \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^2 \right\} \\
 & + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} + x_2 \right) \left(\frac{b}{2} - y_2 \right) \log \left\{ \left(\frac{a}{2} + x_2 \right)^2 + \left(\frac{b}{2} - y_2 \right)^2 \right\} \\
 & + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{2} + x_2 \right) \left(\frac{b}{2} + y_2 \right) \log \left\{ \left(\frac{a}{2} + x_2 \right)^2 + \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^2 \right\}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{b}{2} - y_2 \right)^2 - \left(\frac{a}{2} - x_2 \right)^2 \right\} \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} - y_2}{\frac{a}{2} - x_2} \\
 & -\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^2 - \left(\frac{a}{2} - x_2 \right)^2 \right\} \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} + y_2}{\frac{a}{2} - x_2} \\
 & -\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{b}{2} - y_2 \right)^2 - \left(\frac{a}{2} + x_2 \right)^2 \right\} \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} - y_2}{\frac{a}{2} + x_2} \\
 & -\frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^2 - \left(\frac{a}{2} + x_2 \right)^2 \right\} \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} + y_2}{\frac{a}{2} + x_2} + \frac{\pi}{4} b^2 - \frac{3}{2} ab + \pi y_2^2
 \end{aligned} \tag{17}$$

3 回目の積分

$\int_{-w}^w f(x) dx = \int_{-w}^w f(-x) dx$ なる関係を利用すると,

$$\begin{aligned}
 F_3 &= \int_{-a/2}^{a/2} F_2 dx_2 = \left(\frac{b}{2} - y_2 \right) \int_{-a/2}^{a/2} \left(\frac{a}{2} + x_2 \right) \log \left\{ \left(\frac{a}{2} + x_2 \right)^2 + \left(\frac{b}{2} - y_2 \right)^2 \right\} dx_2 \\
 &+ \left(\frac{b}{2} + y_2 \right) \int_{-a/2}^{a/2} \left(\frac{a}{2} + x_2 \right) \log \left\{ \left(\frac{a}{2} + x_2 \right)^2 + \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^2 \right\} dx_2 \\
 &- \left(\frac{b}{2} - y_2 \right)^2 \int_{-a/2}^{a/2} \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} - y_2}{\frac{a}{2} + x_2} dx_2 - \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^2 \int_{-a/2}^{a/2} \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} + y_2}{\frac{a}{2} + x_2} dx_2 \\
 &+ \int_{-a/2}^{a/2} \left(\frac{a}{2} + x_2 \right)^2 \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} - y_2}{\frac{a}{2} + x_2} dx_2 + \int_{-a/2}^{a/2} \left(\frac{a}{2} + x_2 \right)^2 \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} + y_2}{\frac{a}{2} + x_2} dx_2 \\
 &+ \frac{\pi}{4} ab^2 - \frac{3}{2} a^2 b + \pi a y_2^2
 \end{aligned} \tag{18}$$

3 回目の積分の第 1 項の計算

ここでは、 $b/2 - y_2 \geq 0$ であることを考慮し、

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{b}{2} - y_2\right) \int_{-a/2}^{a/2} \left(\frac{a}{2} + x_2\right) \log \left\{ \left(\frac{a}{2} + x_2\right)^2 + \left(\frac{b}{2} - y_2\right)^2 \right\} dx_2 \\
 &= \frac{1}{2} a^2 \left(\frac{b}{2} - y_2\right) \log \left\{ a^2 + \left(\frac{b}{2} - y_2\right)^2 \right\} - \frac{1}{2} a^2 \left(\frac{b}{2} - y_2\right) \\
 & \quad + \frac{1}{2} \left(\frac{b}{2} - y_2\right)^3 \log \left\{ 1 + \left(\frac{a}{\frac{b}{2} - y_2}\right)^2 \right\}
 \end{aligned} \tag{19}$$

3 回目の積分の第 2 項の計算

第 1 項の計算と同様に、

$$\begin{aligned}
 & \left(\frac{b}{2} + y_2\right) \int_{-a/2}^{a/2} \left(\frac{a}{2} + x_2\right) \log \left\{ \left(\frac{a}{2} + x_2\right)^2 + \left(\frac{b}{2} + y_2\right)^2 \right\} dx_2 \\
 &= \frac{1}{2} a^2 \left(\frac{b}{2} + y_2\right) \log \left\{ a^2 + \left(\frac{b}{2} + y_2\right)^2 \right\} - \frac{1}{2} a^2 \left(\frac{b}{2} + y_2\right) \\
 & \quad + \frac{1}{2} \left(\frac{b}{2} + y_2\right)^3 \log \left\{ 1 + \left(\frac{a}{\frac{b}{2} + y_2}\right)^2 \right\}
 \end{aligned} \tag{20}$$

3 回目の積分の第 3 項の計算

$$\begin{aligned}
 & - \left(\frac{b}{2} - y_2\right)^2 \int_{-a/2}^{a/2} \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} - y_2}{\frac{a}{2} + x_2} dx_2 = -\frac{1}{2} \pi a \left(\frac{b}{2} - y_2\right)^2 \\
 & \quad + a \left(\frac{b}{2} - y_2\right)^2 \tan^{-1} \frac{a}{\frac{b}{2} - y_2} - \frac{1}{2} \left(\frac{b}{2} - y_2\right)^3 \log \left\{ 1 + \left(\frac{a}{\frac{b}{2} - y_2}\right)^2 \right\}
 \end{aligned} \tag{21}$$

3回目の積分の第4項の計算

第3項の計算と同様に,

$$\begin{aligned}
 -\left(\frac{b}{2} + y_2\right)^2 \int_{-a/2}^{a/2} \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} + y_2}{\frac{a}{2} + x_2} dx_2 &= -\frac{1}{2} \pi a \left(\frac{b}{2} + y_2\right)^2 \\
 &+ a \left(\frac{b}{2} + y_2\right)^2 \tan^{-1} \frac{a}{\frac{b}{2} + y_2} - \frac{1}{2} \left(\frac{b}{2} + y_2\right)^3 \log \left\{ 1 + \left(\frac{a}{\frac{b}{2} + y_2} \right)^2 \right\}
 \end{aligned} \tag{22}$$

3回目の積分の第5項の計算

$$\begin{aligned}
 \int_{-a/2}^{a/2} \left(\frac{a}{2} + x_2\right)^2 \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} - y_2}{\frac{a}{2} + x_2} dx_2 &= \frac{\pi}{6} a^3 - \frac{1}{3} a^3 \tan^{-1} \frac{a}{\frac{b}{2} - y_2} \\
 &+ \frac{1}{6} \left(\frac{b}{2} - y_2\right) a^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{b}{2} - y_2\right)^3 \log \left\{ 1 + \left(\frac{a}{\frac{b}{2} - y_2} \right)^2 \right\}
 \end{aligned} \tag{23}$$

3回目の積分の第6項の計算

第5項の計算と同様に,

$$\begin{aligned}
 \int_{-a/2}^{a/2} \left(\frac{a}{2} + x_2\right)^2 \tan^{-1} \frac{\frac{b}{2} + y_2}{\frac{a}{2} + x_2} dx_2 &= \frac{\pi}{6} a^3 - \frac{1}{3} a^3 \tan^{-1} \frac{a}{\frac{b}{2} + y_2} \\
 &+ \frac{1}{6} \left(\frac{b}{2} + y_2\right) a^2 - \frac{1}{6} \left(\frac{b}{2} + y_2\right)^3 \log \left\{ 1 + \left(\frac{a}{\frac{b}{2} + y_2} \right)^2 \right\}
 \end{aligned} \tag{24}$$

3回目の積分の全項の合計

(18) 式の第1項 ((19) 式), 第2項 ((20) 式), 第3項 ((21) 式), 第4項 ((22) 式), 第5項 ((23) 式), 第6項 ((24) 式), 第7～9項を合計すると,

$$F_3 = \frac{1}{2} a^2 \left(\frac{b}{2} - y_2\right) \log \left\{ a^2 + \left(\frac{b}{2} - y_2\right)^2 \right\} + \frac{1}{2} a^2 \left(\frac{b}{2} + y_2\right) \log \left\{ a^2 + \left(\frac{b}{2} + y_2\right)^2 \right\}$$

$$\begin{aligned}
 & +a \left(\frac{b}{2} - y_2 \right)^2 \tan^{-1} \frac{a}{\frac{b}{2} - y_2} + a \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^2 \tan^{-1} \frac{a}{\frac{b}{2} + y_2} \\
 & - \frac{1}{3} a^3 \tan^{-1} \frac{a}{\frac{b}{2} - y_2} - \frac{1}{3} a^3 \tan^{-1} \frac{a}{\frac{b}{2} + y_2} \\
 & - \frac{1}{6} \left(\frac{b}{2} - y_2 \right)^3 \log \left\{ 1 + \left(\frac{a}{\frac{b}{2} - y_2} \right)^2 \right\} - \frac{1}{6} \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^3 \log \left\{ 1 + \left(\frac{a}{\frac{b}{2} + y_2} \right)^2 \right\} \\
 & + \frac{\pi}{3} a^3 - \frac{11}{6} a^2 b
 \end{aligned} \tag{25}$$

4 回目の積分

3 回目の積分のときと同様, $\int_{-w}^w f(x) dx = \int_{-w}^w f(-x) dx$ なる関係を利用すると,

$$\begin{aligned}
 F_4 &= \int_{-b/2}^{b/2} F_3 dy_2 = a^2 \int_{-b/2}^{b/2} \left(\frac{b}{2} + y_2 \right) \log \left\{ a^2 + \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^2 \right\} dy_2 \\
 & + 2a \int_{-b/2}^{b/2} \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^2 \tan^{-1} \frac{a}{\frac{b}{2} + y_2} dy_2 - \frac{2}{3} a^3 \int_{-b/2}^{b/2} \tan^{-1} \frac{a}{\frac{b}{2} + y_2} dy_2 \\
 & - \frac{1}{3} \int_{-b/2}^{b/2} \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^3 \log \left\{ 1 + \left(\frac{a}{\frac{b}{2} + y_2} \right)^2 \right\} dy_2 + a^2 b^2 \left(\frac{\pi}{3} \cdot \frac{a}{b} - \frac{11}{6} \right)
 \end{aligned} \tag{26}$$

4 回目の積分の第 1 項の計算

$$\begin{aligned}
 & a^2 \int_{-b/2}^{b/2} \left(\frac{b}{2} + y_2 \right) \log \left\{ a^2 + \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^2 \right\} dy_2 \\
 & = a^2 b^2 \left[\frac{1}{2} \log(a^2 + b^2) - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{a}{b} \right)^2 \log \left\{ 1 + \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right\} \right]
 \end{aligned} \tag{27}$$

4 回目の積分の第 2 項の計算

$$\begin{aligned}
 & 2a \int_{-b/2}^{b/2} \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^2 \tan^{-1} \frac{a}{\frac{b}{2} + y_2} dy_2 \\
 &= a^2 b^2 \left[\frac{1}{3} - \frac{1}{3} \left(\frac{a}{b} \right)^2 \log \left\{ 1 + \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right\} + \frac{2}{3} \cdot \frac{b}{a} \tan^{-1} \frac{a}{b} \right]
 \end{aligned} \tag{28}$$

4 回目の積分の第 3 項の計算

$$\begin{aligned}
 & -\frac{2}{3} a^3 \int_{-b/2}^{b/2} \tan^{-1} \frac{a}{\frac{b}{2} + y_2} dy_2 \\
 &= a^2 b^2 \left[-\frac{\pi}{3} \cdot \frac{a}{b} - \frac{1}{3} \left(\frac{a}{b} \right)^2 \log \left\{ 1 + \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right\} + \frac{2}{3} \cdot \frac{a}{b} \tan^{-1} \frac{b}{a} \right]
 \end{aligned} \tag{29}$$

4 回目の積分の第 4 項の計算

$$\begin{aligned}
 & -\frac{1}{3} \int_{-b/2}^{b/2} \left(\frac{b}{2} + y_2 \right)^3 \log \left\{ 1 + \left(\frac{a}{\frac{b}{2} + y_2} \right)^2 \right\} dy_2 \\
 &= a^2 b^2 \left[-\frac{1}{12} + \frac{1}{12} \left(\frac{a}{b} \right)^2 \log \left\{ 1 + \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right\} - \frac{1}{12} \left(\frac{b}{a} \right)^2 \log \left\{ 1 + \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right\} \right]
 \end{aligned} \tag{30}$$

4 回目の積分の全項の合計

(26) 式の第 1 項 ((27) 式), 第 2 項 ((28) 式), 第 3 項 ((29) 式), 第 4 項 ((30) 式), 第 5 項を合計し, 係数を掛ければ, 次のような最終結果が得られる。

$$\begin{aligned}
 \log R &= \frac{1}{a^2 b^2} F_4 = \frac{1}{2} \log(a^2 + b^2) - \frac{25}{12} \\
 & -\frac{1}{12} \left[\left(\frac{a}{b} \right)^2 \log \left\{ 1 + \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right\} + \left(\frac{b}{a} \right)^2 \log \left\{ 1 + \left(\frac{a}{b} \right)^2 \right\} \right] \\
 & + \frac{2}{3} \left(\frac{b}{a} \tan^{-1} \frac{a}{b} + \frac{a}{b} \tan^{-1} \frac{b}{a} \right)
 \end{aligned} \tag{31}$$

付録 B (記号の説明)

R_s	: モータの 1 次抵抗
R_r	: モータの 2 次抵抗
L_s	: モータの 1 次自己インダクタンス 電源の内部インダクタンス (第 5.2 節のみ)
L_r	: モータの 2 次自己インダクタンス
M	: モータの 1 次・2 次間の相互インダクタンス
σ	: モータの漏れ係数 ($1 - M^2/(L_s L_r)$)
P	: モータの極数
J	: モータおよび負荷の慣性モーメント
v_{sd}, v_{sq}	: モータ 1 次電圧の d 軸, q 軸成分
i_{sd}, i_{sq}	: モータ 1 次電流の d 軸, q 軸成分
i_{rd}, i_{rq}	: モータ 2 次電流の d 軸, q 軸成分
ψ_{rd}, ψ_{rq}	: モータ 2 次鎖交磁束の d 軸, q 軸成分
ω_r	: モータの回転角周波数 (電気角)
ω_s	: モータの滑り角周波数 電源の角周波数 (第 5.2 節のみ)
ω	: 電源の角周波数
T	: モータの発生トルク サンプリング周期 (第 4 章のみ)
V_s	: 三相電源の線間電圧実効値
X_s	: 電源リアクタンス
m	: インバータの変調率 $m = \text{基準正弦波ピーク} / (2\sqrt{2} \text{三角波ピーク})$ (第 3 章) $m = \text{基準正弦波ピーク} / \text{三角波ピーク}$ (第 5 章)

付録C (プログラム・リスト)

本研究では、計算ツールとして主に MATLAB を使用した。研究用に作成した MATLAB プログラムのうち主要なものの内容をここに示し、計算根拠を明らかにするとともに、本文中の記述の補足としたい。

なお、ここに掲載した全てのプログラムは、最新バージョンの MATLAB 5.3 で使用できるように改訂済みのものである。

第2章

bar_lm2f.m : 2本のブスバーのインダクタンスを計算するプログラム。内部で、後掲のユーザー関数 lm_2a.m を使用している。

```
1: % bar_lm2f.m
2: %
3: % Frequency-characteristics of L & M of a pair of the busbars
4: % whose cross-section and length are the same.
5: %
6: close all
7: clear all
8: %
9: %-----Declaration of Constants-----
10: %
11: l=1.0 ; % Length [m] of a busbar
12: it=0.005 ; % Interval [m] between busbars along the thickness
13: % (center to center)
14: a=0.001 ; % "a" ... Length [m] of a side of the basic square
15: % which is the cross section of a fine wire element.
16: wd=50 ; % Width of a busbar [* "a"]...must be an integer
17: th=4 ; % Thickness of a busbar [* "a"]...must be an integer
18: %-----
19: LMAT=[];
20: MMAT=[];
21: iwcase=[0.000 0.035]; % A set of the widthwise interval to be used.
22: niwcase=length(iwcase);
23: for iw=iwcase;
24: % Interval [m] between busbars along the width (center to center)
25: fcase=logspace(0,4,41); % A set of frequencies for scanning.
26: nfcase=length(fcase);
27: for f=fcase;
28: % Frequency [Hz]
29: [L1,L2,MM,R1,R2,RM]=lm_2a(l,l,0,iw,it,a,wd,wd,th,th,f);
30: % Function for L,M,R calculation (Non-simmetrical two bars)
31: LMAT=[LMAT L1];
32: MMAT=[MMAT MM];
33: fprintf('iw=%5.3f f=%8.2f\n',iw,f)
34: end
35: end
36: LMAT=reshape(LMAT,nfcase,niwcase);
37: LMAT=LMAT.';
38: MMAT=reshape(MMAT,nfcase,niwcase);
39: MMAT=MMAT.';
40: %
41: figure(1)
42: semilogx(fcase,LMAT);
43: hold on;
44: semilogx(fcase,MMAT);
45: grid on;
46: title('Frequency characteristics of L & M')
```

```
47: xlabel('Frequency[Hz]');
48: ylabel('Inductance[H]');
```

lm_1ss.m : 1本のブスバーのインダクタンスを計算するユーザー関数

```
1: function[L1,R1]=lm_1ss(l,a,wd,th,f)
2: %lm_1ss.m
3: %
4: % Function of L,R calculation for single busbar.
5: % Saving computer memory by utilizing upper-lower & right-left symmetry.
6: %
7: % [L1,R1]=lm_1ss(l,a,wd,th,f)
8: %
9: % Input
10: % l : Length [m] of the busbar
11: % a : Length [m] of a side of the basic square element
12: % which is the cross section of a fine wire element.
13: % wd : Width of the busbar [multiple of "a"]...must be even integer.
14: % th : Thickness of the busbar [multiple of "a"]...must be even integer.
15: % f : Frequency [Hz]
16: % Output
17: % L1 : Self inductance [H]
18: % R1 : Resistance [Ohm]
19: %
20: % Notes: Normally, 'width'/'thickness' are thought to be the length of
21: % a long/short side of the cross-section, respectively.
22: % However, in this program, these are interchangeable, if only longer
23: % processing time is allowed.
24: %
25: k=log(2)/3-13/12+pi/3; % Coefficient of L
26: mu=4*pi*1e-7; % Permeability in vacuum
27: w=2*pi*f; % Angular frequency [rad/s]
28: %
29: %-----Input data check
30: %
31: if rem(th,2)~=0
32: error('Thickness is not proper (it should be an even integer)')
33: end
34: if rem(wd,2)~=0
35: error('Width is not proper (it should be an even integer)')
36: end
37: %
38: %-----Making an impedance matrix of a thin sheet element
39: % which is composed of fine wire elements arranged along the width
40: %
41: R=17.5e-9*1/(a*a); % Resistance of a fine wire element
42: L=mu*1*(log(2*l/a)-k)/(2*pi); % Self inductance of a fine wire element
43: nn=[1:wd-1];
44: c=nn*a; % Distance among elements
45: ma=(1*log((1+sqrt(1*l+c.*c))./c)-sqrt(1*l+c.*c)+c)*mu/(2*pi);
46: % Mutual inductance between elements
47: ma=[i*w*L+R,i*w*ma]; % Vector of all the impedance
48: M=[];
49: for n=1:wd
50: M(n,n:wd)=ma(1:wd-n+1);
51: end
52: M=M+(~eye(wd,wd)).*M.';
53: M=M+fliplr(M);
54: M1=M(1:wd/2,1:wd/2);
55: %
56: %-----Making impedance matrices between thin sheet elements in a busbar
57: %
58: for p=1:th-1
59: nn=[1:wd];
60: c=(nn-1)*a;
61: g=p*a;
62: c=sqrt(c.*c+g*g);
63: ma=(1*log((1+sqrt(1*l+c.*c))./c)-sqrt(1*l+c.*c)+c)*mu/(2*pi);
64: ma=i*w*ma;
65: M=[];
66: for n=1:wd
67: M(n,n:wd)=ma(1:wd-n+1);
68: end
69: M=M+(~eye(wd,wd)).*M.';
70: M=M+fliplr(M);
71: M=M(1:wd/2,1:wd/2);
72: eval(['M',int2str(p+1),'=M;']);
73: end
74: %
75: %-----Making an impedance matrix of a busbar
76: %
```



```

77: command='MT=';
78: for n=1:th/2
79:     for m=n:-1:1
80:         command=[command,'M',int2str(m),' '];
81:     end
82:     for m=1:th-n
83:         command=[command,'M',int2str(m+1),' '];
84:     end
85:     command=[command,',''];
86: end
87: command=[command,']'];
88: eval(command)
89: %
90: %-----Calculating synthesized inductance and resistance
91: %
92: MT1=MT(:,1:th*wd/4);
93: MT2=MT(:,th*wd/4+1:th*wd/2);
94: % flip over small-matrix in MT2, left to right.
95: for n=1:th/2
96:     for m=1:th/2
97:         MT2( (n-1)*wd/2+1 : n*wd/2 , (m-1)*wd/2+1 : m*wd/2 )=...
98:             fliplr( MT2( (n-1)*wd/2+1 : n*wd/2 , (m-1)*wd/2+1 : m*wd/2 ) );
99:     end
100: end
101: % flip over upper-right matrix, left to right
102: MT2=fliplr(MT2);
103: %
104: %-----Making total matrix
105: %
106: M=MT1+MT2;
107: %
108: %-----Calculating synthesized inductance and resistance
109: %
110: M=inv(M);
111: Y=sum((sum(M)).');
112: z=1/Y;
113: L1=imag(z)/(4*w);
114: R1=real(z)/4;
115: %
116: %=====
117: % Current distribution %
118: % for function check %
119: %=====
120: % iiave=abs(Y)/(th*wd/4); %
121: % ii=sum(M. '); %
122: % II=reshape(ii,wd/2,th/2)/iiave; %
123: % II=[II fliplr(II)]; %
124: % II=[II;flipud(II)]; %
125: % [ny,nx]=size(II); %
126: % [X,Y]=meshgrid([1:nx],[1:ny]); %
127: % figure(1) %
128: % mesh(X,Y,10*abs(II)) %
129: % axis equal %
130: %=====

```

lm_2a.m : 2本のブスバーのインダクタンスを計算するユーザー関数

```

1: function[L1,L2,MM,R1,R2,RM]=lm_2a(l1,l2,il,iw,it,a,wd1,wd2,th1,th2,f)
2: %lm_2a.m
3: %
4: % Function of L,M,R calculation for a pair of busbars
5: % whose cross-sections may be placed non-symmetrically,
6: % but not inclined.
7: %
8: % [L1,L2,MM,R1,R2,RM]=lm_2a(l1,l2,il,iw,it,a,wd1,wd2,th1,th2,f)
9: %
10: % Input
11: % l1 : Length [m] of No.1 busbar
12: % l2 : Length [m] of No.2 busbar
13: % il : Interval [m] between 2 busbars along the length...center-center
14: % iw : Interval [m] between 2 busbars along the width...center-center
15: % it : Interval [m] between 2 busbars along the thickness...center-center
16: % a : Length [m] of a side of the basic square
17: % which is the cross section of a fine wire element.
18: % wd1 : Width of No.1 busbar [multiple of "a"]...integer
19: % wd2 : Width of No.2 busbar [multiple of "a"]...integer
20: % th1 : Thickness of No.1 busbar [multiple of "a"]...integer
21: % th2 : Thickness of No.2 busbar [multiple of "a"]...integer
22: % f : Frequency [Hz]
23: % Output
24: % L1 : Self inductance [H]

```

```

25: % L2 : Self inductance [H]
26: % MM : Mutual inductance [H]
27: % R1 : Resistance [Ohm]
28: % R2 : Resistance [Ohm]
29: % RM : Mutual Resistance [Ohm]
30: %
31: % Notes: Normally, 'width'/'thickness' are thought to be the length of
32: % a long/short side of the cross-section, respectively.
33: % However, in this program, the width and thickness are independent
34: % of the length shown above.
35: % Widthwise can be chosen in parallel with any axis in rectangular
36: % coordinate.
37: % Hence, thicknesswise is defined to be parallel with another axis.
38: % However, these axes must be common to both busbars.
39: % Even if any axis is chosen for widthwise, calculation is optimized
40: % to minimize the processing time.
41: %
42: k=log(2)/3-13/12+pi/3; % Coefficient of L
43: mu=4*pi*1e-7; % Permeability in vacuum
44: w=2*pi*f; % Angular frequency [rad/s]
45: %
46: %-----Input data check
47: %
48: if rem(th1,1)~=0 | rem(th2,1)~=0
49:     error('Thickness is not proper (it should be an integer)')
50: end
51: if rem(wd1,1)~=0 | rem(wd2,1)~=0
52:     error('Width is not proper (it should be an integer)')
53: end
54: f_overlap_cross_section=(it-(th1+th2)*a/2 < 0) & (iw-(wd1+wd2)*a/2 < 0);
55: if f_overlap_cross_section & (il-(l1+l2)/2 < 0)
56:     error('Busbars are overlapping')
57: end
58: %
59: %===== Swapping the data to accelerate the calculation =====
60: %
61: if th1 < wd1
62:     if th2 < wd2
63:         arr_case=1;
64:     else
65:         arr_case=2;
66:     end
67:     flag_swap=0;
68: else
69:     if th2 < wd2
70:         arr_case=2;
71:     else
72:         arr_case=1;
73:     end
74:     temp = iw ; iw = it ; it = temp;
75:     temp = th1 ; th1 = wd1 ; wd1 = temp;
76:     temp = th2 ; th2 = wd2 ; wd2 = temp;
77:     flag_swap=1;
78: end
79: %
80: %===== No.1 busbar =====
81: %
82: %-----Making an impedance matrix of a thin sheet element
83: % which is composed of fine wire elements arranged along the width
84: %
85: R=17.5e-9*l1/(a*a); % Resistance of a fine wire element
86: L=mu*l1*(log(2*l1/a)-k)/(2*pi); % Self inductance of a fine wire element
87: nn=[1:wd1-1];
88: c=nn*a; % Distance among elements
89: ma=(l1*log((l1+sqrt(l1*l1+c.*c))./c)-sqrt(l1*l1+c.*c)+c)*mu/(2*pi);
90: % Mutual inductance between elements
91: ma=[i*w*L+R,i*w*ma]; % Vector of all the impedances
92: M=[];
93: for n=1:wd1
94:     M(n,n:wd1)=ma(1:wd1-n+1);
95: end
96: M=M+(~eye(wd1,wd1)).*M.';
97: M1=M;
98: %
99: %-----Making impedance matrices between thin sheet elements in a busbar
100: %
101: for p=1:th1-1
102:     nn=[1:wd1];
103:     c=(nn-1)*a;
104:     g=p*a;
105:     c=sqrt(c.*c+g*g);
106:     ma=(l1*log((l1+sqrt(l1*l1+c.*c))./c)-sqrt(l1*l1+c.*c)+c)*mu/(2*pi);
107:     ma=i*w*ma;
108:     M=[];

```

```

109:     for n=1:wd1
110:         M(n,n:wd1)=ma(1:wd1-n+1);
111:     end
112:     M=M+(~eye(wd1,wd1)).*M.';
113:     eval(['M',int2str(p+1),'=M;']);
114: end
115: %
116: %-----Making total upper-left matrix
117: %
118: command='MB11=[];
119: for n=1:th1
120:     for m=n:-1:1
121:         command=[command,'M',int2str(m),' '];
122:     end
123:     for m=1:th1-n
124:         command=[command,'M',int2str(m+1),' '];
125:     end
126:     command=[command,',''];
127: end
128: command=[command,']'];
129: eval(command);
130: %
131: %===== No.2 busbar =====
132: %
133: if arr_case==1                                ;% Cross-sections are arranged in parallel
134: %
135: %-----Making an impedance matrix of a thin sheet element
136: %           which is composed of fine wire elements arranged along the width
137: %
138: R=17.5e-9*12/(a*a);                            ;% Resistance of a fine wire element
139: L=mu*12*(log(2*12/a)-k)/(2*pi)                  ;% Self inductance of a fine wire element
140: nn=[1:wd2-1];
141: c=nn*a;                                          ;% Distance among elements
142: ma=(12*log((12+sqrt(12*12+c.*c))./c)-sqrt(12*12+c.*c)+c)*mu/(2*pi);
143:                                     ;% Mutual inductance between elements
144: ma=[i*w*L+R,i*w*ma];                          ;% Vector of all the impedances
145: M=[];
146: for n=1:wd2
147:     M(n,n:wd2)=ma(1:wd2-n+1);
148: end
149: M=M+(~eye(wd2,wd2)).*M.';
150: M1=M;
151: %
152: %-----Making impedance matrices between thin sheet elements in a busbar
153: %
154: for p=1:th2-1
155:     nn=[1:wd2];
156:     c=(nn-1)*a;
157:     g=p*a;
158:     c=sqrt(c.*c+g*g);
159:     ma=(12*log((12+sqrt(12*12+c.*c))./c)-sqrt(12*12+c.*c)+c)*mu/(2*pi);
160:     ma=i*w*ma;
161:     M=[];
162:     for n=1:wd2
163:         M(n,n:wd2)=ma(1:wd2-n+1);
164:     end
165:     M=M+(~eye(wd2,wd2)).*M.';
166:     eval(['M',int2str(p+1),'=M;']);
167: end
168: %
169: %-----Making total lower-right matrix
170: %
171: command='MB22=[];
172: for n=1:th2
173:     for m=n:-1:1
174:         command=[command,'M',int2str(m),' '];
175:     end
176:     for m=1:th2-n
177:         command=[command,'M',int2str(m+1),' '];
178:     end
179:     command=[command,',''];
180: end
181: command=[command,']'];
182: eval(command);
183: else ;% Cross-sections are arranged perpendicularly to each other
184: %
185: %-----Making an impedance matrix of a thin sheet element
186: %           which is composed of fine wire elements arranged along the width
187: %
188: R=17.5e-9*12/(a*a);                            ;% Resistance of a fine wire element
189: L=mu*12*(log(2*12/a)-k)/(2*pi);                  ;% Self inductance of one element
190: nn=[1:th2-1];
191: c=nn*a;                                          ;% Distance among elements
192: ma=(12*log((12+sqrt(12*12+c.*c))./c)-sqrt(12*12+c.*c)+c)*mu/(2*pi);

```

```

193:                                     % Mutual inductance between elements
194:     ma=[i*w*L+R,i*w*ma];           ;% All impedance vector
195:     ma1=ma;
196:     %
197:     %-----Making impedance matrices between thin sheet elements in a busbar
198:     %
199:     for p=1:wd2-1
200:         nn=[1:th2];
201:         c=(nn-1)*a;
202:         g=p*a;
203:         c=sqrt(c.*c+g*g);
204:         ma=(l2*log((l2+sqrt(l2*l2+c.*c))./c)-sqrt(l2*l2+c.*c)+c)*mu/(2*pi);
205:         ma=i*w*ma;
206:         eval(['ma',int2str(p+1),'=ma;']);
207:     end
208:     maa=[];
209:     for n=1:wd2
210:         eval(['ma0=ma',int2str(n),';']);
211:         maa(n:wd2:wd2*th2)=ma0;
212:     end
213:     for m=1:th2
214:         ma=maa((m-1)*wd2+1:m*wd2);
215:         M=[];
216:         for n=1:wd2
217:             M(n,n:wd2)=ma(1:wd2-n+1);
218:         end
219:         M=M+(~eye(wd2,wd2)).*M.';
220:         eval(['M',int2str(m),'=M;']);
221:     end
222:     %
223:     %-----Making total lower-right matrix
224:     %
225:     MB22=[];
226:     command='MB22(1:wd2,:)=[';
227:     for n=1:th2
228:         command=[command,'M',int2str(n),' '];
229:     end
230:     command=[command,'];'];
231:     eval(command);
232:     for n=2:th2
233:         MB22((n-1)*wd2+1:n*wd2,(n-1)*wd2+1:wd2*th2)= ...
234:             MB22(1:wd2,1:wd2*th2-(n-1)*wd2);
235:     end
236:     MB22=triu(MB22);
237:     MB22=MB22+(~eye(wd2*th2,wd2*th2)).*MB22.';
238: end
239: %
240: %===== Between No.1 busbar and No.2 busbar =====
241: %
242: %-----Making impedance matrices between thin sheet elements,
243: %         one of which is in No.1 busbar and another is in No.2 busbar
244: %
245: D=[];
246: D(1)=( l1-l2)/2+il;
247: D(2)=( l1+l2)/2+il;
248: D(3)=(-l1+l2)/2+il;
249: D(4)=(-l1-l2)/2+il;
250: for p=0:th1+th2-2+0.1
251:     g=it+(-(th1+th2)/2+1+p)*a;
252:     nn=[1:wd2];
253:     c=iw+(wd2-wd1)*a/2-(nn-1)*a;
254:     c=sqrt(c.*c+g*g);
255:     ma=zeros(1,wd2);
256:     for n=1:4
257:         maa=(-1)^n*(D(n)*log(D(n)+sqrt(D(n)^2+c.*c))-sqrt(D(n)^2+c.*c));
258:         if n==4 & D(n)==0
259:             m=find(isnan(maa));
260:             if m~=[]
261:                 maa(m)=0;
262:             end
263:         end
264:         ma=ma+maa;
265:     end
266:     ma=i*w*ma*mu/(4*pi);
267:     M=[];
268:     wd=min([wd1 wd2]);
269:     for n=1:wd
270:         M(n,n:wd2)=ma(1:wd2-n+1);
271:     end
272:     %
273:     nn=[1:wd1].';
274:     c=iw+(wd2-wd1)*a/2+(nn-1)*a;
275:     c=sqrt(c.*c+g*g);
276:     ma=zeros(wd1,1);

```

```

277:     for n=1:4
278:         maa=(-1)^n*(D(n)*log(D(n)+sqrt(D(n)^2+c.*c))-sqrt(D(n)^2+c.*c));
279:         if n==4 & D(n)==0
280:             m=find(isnan(maa));
281:             if m=[]
282:                 maa(m)=0;
283:             end
284:         end
285:         ma=ma+maa;
286:     end
287:     ma=i*w*ma*mu/(4*pi);
288:     for n=1:wd
289:         M(n:wd1,n)=ma(1:wd1-n+1);
290:     end
291:     eval(['M',int2str(p+1),'=M;']);
292: end
293: %
294: %-----Making total upper-right matrix
295: %
296: command='MB12=[];
297: for n=1:th1
298:     for m=1:th2
299:         command=[command,'M',int2str(th1+m-n),' '];
300:     end
301:     command=[command,',''];
302: end
303: command=[command,']'];
304: eval(command)
305: %
306: %===== All busbars =====
307: %
308: %-----Making total large matrix
309: %
310: M=[MB11 MB12;MB12.' MB22];
311: %
312: %-----Calculating synthesized inductance and resistance
313: %
314: M=inv(M);
315: M11=M(      1 : th1*wd1      ,      1 : th1*wd1      );
316: M12=M(      1 : th1*wd1      , th1*wd1+1 : th1*wd1+th2*wd2);
317: M21=M(th1*wd1+1 : th1*wd1+th2*wd2 ,      1 : th1*wd1      );
318: M22=M(th1*wd1+1 : th1*wd1+th2*wd2 , th1*wd1+1 : th1*wd1+th2*wd2);
319: Y11=sum(sum(M11).');
320: Y12=sum(sum(M12).');
321: Y21=sum(sum(M21).');
322: Y22=sum(sum(M22).');
323: YT=[Y11 Y12 ;
324:      Y21 Y22];
325: ZT=inv(YT);
326: Z11=ZT(1,1);
327: Z12=ZT(1,2);
328: Z21=ZT(2,1);
329: Z22=ZT(2,2);
330: L1=imag(Z11)/w;
331: R1=real(Z11);
332: L2=imag(Z22)/w;
333: R2=real(Z22);
334: MM=imag(Z12)/w;
335: RM=real(Z12);
336: %
337: %=====
338: %           Current distribution
339: %           for function check
340: %=====
341: % if flag_swap==1
342: %     WD1=th1; WD2=th2;
343: %     TH1=wd1; TH2=wd2;
344: %     IW=it; IT=iw;
345: % else
346: %     WD1=wd1; WD2=wd2;
347: %     TH1=th1; TH2=th2;
348: %     IW=iw; IT=it;
349: % end
350: % %
351: % w_diff=WD1*a/2-IW-WD2*a/2;
352: % if w_diff>=0
353: %     UB1=0; UB2=round(w_diff/a); % Upper blank
354: % else
355: %     UB1=round(abs(w_diff)/a); UB2=0;
356: % end
357: % %
358: % w_diff=(UB1+WD1)-(UB2+WD2);
359: % if w_diff>=0
360: %     LB1=0; LB2=w_diff; % Lower blank

```

```

361: % else %
362: % LB1=abs(w_diff); LB2=0; %
363: % end %
364: % % %
365: % CB=round( ( IT-a*(TH1+TH2)/2 ) /a ); % Center blank %
366: % if CB==0 %
367: % CB=1; %
368: % elseif CB>20 %
369: % CB=20; %
370: % end %
371: % % %
372: % for idir=-1:2:1 ;% Current direction %
373: % % = opposite(-1),same(+1) %
374: % % %
375: % V1=Z11+Z12*idir; %
376: % V2=Z21+Z22*idir; %
377: % ii1=sum(M11.').*V1+sum(M12.').*V2; %
378: % ii2=sum(M21.').*V1+sum(M22.').*V2; %
379: % iiave1=abs(sum(ii1.'))/(wd1*th1); %
380: % iiave2=abs(sum(ii2.'))/(wd2*th2); %
381: % II1=reshape(abs(ii1),wd1,th1)/iiave1; %
382: % II2=reshape(abs(ii2),wd2,th2)/iiave2; %
383: % if flag_swap==1 %
384: % II1=rot90(II1); %
385: % II1=fliplr(II1); %
386: % II2=rot90(II2); %
387: % II2=fliplr(II2); %
388: % end %
389: % % %
390: % II1=[ones(UB1,TH1)*NaN;II1;ones(LB1,TH1)*NaN]; %
391: % II2=[ones(UB2,TH2)*NaN;II2;ones(LB2,TH2)*NaN]; %
392: % II=[II1 ones(UB1+WD1+LB1,CB)*NaN II2]; %
393: % % %
394: % [ny,nx]=size(II); %
395: % [X,Y]=meshgrid([1:nx],[1:ny]); %
396: % % %
397: % if idir== -1 %
398: % figure(1) %
399: % mesh(X,Y,10*II) %
400: % hold on %
401: % grid on %
402: % axis equal %
403: % else %
404: % figure(2) %
405: % mesh(X,Y,10*II) %
406: % hold on %
407: % grid on %
408: % axis equal %
409: % end %
410: % end %
411: %===== %

```

lm_3ss.m : 3本のブスバーのインダクタンスを計算するユーザー関数

```

1: function[L1,L2,M12,M13,R1,R2,R12,R13]=lm_3ss(l,it,a,wd,th,f)
2: %lm_3ss.m
3: %
4: % Function of L,M,R calculation for a set of three busbars
5: % placed in parallel with the same intervals.
6: % Saving computer memory by utilizing upper-lower & right-left symmetry.
7: %
8: % [L1,L2,M12,M13,R1,R2,R12,R13]=lm_3ss(l,it,a,wd,th,f)
9: %
10: % Input
11: % l : Length of a busbar [m]
12: % it : Interval [m] between 2 busbars along thickness...center-center
13: % a : Length [m] of a side of the basic square
14: % which is the cross section of a fine wire element.
15: % wd : Width of a busbar [multiple of "a"]...even integer
16: % th : Thickness of a busbar [multiple of "a"]...even integer
17: % f : Frequency [Hz]
18: % Output
19: % L1 : Self inductance [H]
20: % L2 : Self inductance [H] | | L1 ===== Busbar 1
21: % M12: Mutual inductance [H] | M12
22: % M13: Mutual inductance [H] M13 | L2 ===== Busbar 2
23: % R1 : Resistance [Ohm] |
24: % R2 : Resistance [Ohm] | ===== Busbar 3
25: % R12: Mutual Resistance [Ohm]
26: % R13: Mutual Resistance [Ohm]
27: %

```

```

28: % Notes: Normally, 'width'/'thickness' are thought to be the length of
29: % a long/short side of the cross-section, respectively.
30: % However, in this program, these are defined as follows:
31: % Thicknesswise: Parallel with the line which goes through all the
32: % centers of three busbars.
33: % Widthwise: Perpendicular to thicknesswise.
34: %
35: k=log(2)/3-13/12+pi/3; % Coefficient of L
36: mu=4*pi*1e-7; % Permeability in vacuum
37: w=2*pi*f; % Angular frequency [rad/s]
38: %
39: %-----Input data check
40: %
41: if rem(th,2)~=0
42: error('Thickness is not proper (it should be an even integer)')
43: end
44: if rem(wd,2)~=0
45: error('Width is not proper (it should be an even integer)')
46: end
47: if it-th*a < 0
48: error('Busbars are overlapping ("it-th*a" should be 0 or positive)')
49: end
50: %
51: %-----Making an impedance matrix of a thin sheet element
52: % which is composed of fine wire elements arranged along the width
53: %
54: R=17.5e-9*1/(a*a); % Resistance of a fine wire element
55: L=mu*1*(log(2*a/a)-k)/(2*pi); % Self inductance of a fine wire element
56: nn=[1:wd-1];
57: c=nn*a; % Distance among elements
58: ma=(1*log((1+sqrt(1*1+c.*c))./c)-sqrt(1*1+c.*c)+c)*mu/(2*pi);
59: % Mutual inductance between elements
60: ma=[i*w*L+R,i*w*ma]; % Vector of all the impedance
61: M=[];
62: for n=1:wd
63: M(n,n:wd)=ma(1:wd-n+1);
64: end
65: M=M+(~eye(wd,wd)).*M.';
66: M=M+fliplr(M);
67: M1=M(1:wd/2,1:wd/2);
68: %
69: %-----Making impedance matrices between thin sheet elements in a busbar
70: %
71: for p=1:th-1
72: nn=[1:wd];
73: c=(nn-1)*a;
74: g=p*a;
75: c=sqrt(c.*c+g*g);
76: ma=(1*log((1+sqrt(1*1+c.*c))./c)-sqrt(1*1+c.*c)+c)*mu/(2*pi);
77: ma=i*w*ma;
78: M=[];
79: for n=1:wd
80: M(n,n:wd)=ma(1:wd-n+1);
81: end
82: M=M+(~eye(wd,wd)).*M.';
83: M=M+fliplr(M);
84: M=M(1:wd/2,1:wd/2);
85: eval(['M',int2str(p+1), '=M;']);
86: end
87: %
88: %-----Making an impedance matrix of a busbar
89: %
90: command='MB11=[];
91: for n=1:th
92: for m=n:-1:1
93: command=[command,'M',int2str(m),' '];
94: end
95: for m=1:th-n
96: command=[command,'M',int2str(m+1),' '];
97: end
98: command=[command,',''];
99: end
100: command=[command,']'];
101: eval(command);
102: %
103: %-----Making impedance matrices between thin sheet elements,
104: % one of which is in No.1 busbar and another is in No.2 busbar
105: %
106: for p=0:2*th-2
107: nn=[1:wd];
108: c=(nn-1)*a;
109: g=(p-th+1)*a+it;
110: c=sqrt(c.*c+g*g);
111: ma=(1*log((1+sqrt(1*1+c.*c))./c)-sqrt(1*1+c.*c)+c)*mu/(2*pi);

```

```

112:     ma=i*w*ma;
113:     M=[];
114:     for n=1:wd
115:         M(n,n:wd)=ma(1:wd-n+1);
116:     end
117:     M=M+(~eye(wd,wd)).*M.';
118:     M=M+fliplr(M);
119:     M=M(1:wd/2,1:wd/2);
120:     eval(['M',int2str(p+1),'=M;']);
121: end
122: %
123: %-----Making an impedance matrix between No.1 and No.2 busbars
124: %
125: command='MB12=[];
126: for n=1:th
127:     for m=th+1-n:2*th-n
128:         command=[command,'M',int2str(m),' '];
129:     end
130:     command=[command,',''];
131: end
132: command=[command,']'];
133: eval(command);
134: %
135: %-----Making impedance matrices between thin sheet elements,
136: %         one of which is in No.1 busbar and another is in No.3 busbar
137: %
138: for p=0:2*th-2
139:     nn=[1:wd];
140:     c=(nn-1)*a;
141:     g=(p-th+1)*a+2*it;
142:     c=sqrt(c.*c+g*g);
143:     ma=(1*log((1+sqrt(1*1+c.*c))./c)-sqrt(1*1+c.*c)+c)*mu/(2*pi);
144:     ma=i*w*ma;
145:     M=[];
146:     for n=1:wd
147:         M(n,n:wd)=ma(1:wd-n+1);
148:     end
149:     M=M+(~eye(wd,wd)).*M.';
150:     M=M+fliplr(M);
151:     M=M(1:wd/2,1:wd/2);
152:     eval(['M',int2str(p+1),'=M;']);
153: end
154: %
155: %-----Making an impedance matrix between No.1 and No.3 busbars
156: %
157: command='MB13=[];
158: for n=1:th
159:     for m=th+1-n:2*th-n
160:         command=[command,'M',int2str(m),' '];
161:     end
162:     command=[command,',''];
163: end
164: command=[command,']'];
165: eval(command);
166: %
167: %-----Making total upper-left matrix
168: %
169: %         MB11  MB12  MB13
170: %         -----
171: %         |      |  |  |      |
172: %         ---MT1-----
173: %         |-----|  |  |
174: %         -----
175: %         MB12' MB11  MB12
176: %
177: MT1(      1 : th*wd/2 ,      1 : th*wd/2 )=MB11;
178: MT1(th*wd/2+1 : 2*th*wd/2 , th*wd/2+1 : 2*th*wd/2)=MB11;
179: MT1(      1 : th*wd/2 , th*wd/2+1 : 2*th*wd/2)=MB12;
180: MT1(th*wd/2+1 : 2*th*wd/2 ,      1 : th*wd/2 )=MB12.';
181: MT1=MT1( 1 : 1.5*th*wd/2 , 1 : 1.5*th*wd/2 );
182: %
183: %-----Making total upper-right matrix
184: %
185: %         MB11  MB12  MB13
186: %         -----
187: %         |      |  |  |      |
188: %         -----MT2---
189: %         |      |  --|-----|
190: %         -----
191: %         MB12' MB11  MB12
192: %
193: MT2(      1 : th*wd/2 ,      1 : th*wd/2 )=MB12;
194: MT2(th*wd/2+1 : 2*th*wd/2 , th*wd/2+1 : 2*th*wd/2)=MB12;
195: MT2(      1 : th*wd/2 , th*wd/2+1 : 2*th*wd/2)=MB13;

```



```

196: MT2(th*wd/2+1 : 2*th*wd/2 , 1 : th*wd/2 )=MB11;
197: MT2=MT2( 1 : 1.5*th*wd/2 , 0.5*th*wd/2+1 : 2*th*wd/2 );
198: % flip over small-matrix, left to right.
199: for n=1:1.5*th
200:     for m=1:1.5*th
201:         MT2( (n-1)*wd/2+1 : n*wd/2 , (m-1)*wd/2+1 : m*wd/2 )=...
202:             flipplr( MT2((n-1)*wd/2+1 : n*wd/2 , (m-1)*wd/2+1 : m*wd/2 ) );
203:     end
204: end
205: % flip over upper-right matrix, left to right.
206: MT2=flipplr(MT2);
207: %
208: for p=0:2*th-2
209:     eval(['clear M',int2str(p+1)]);
210: end
211: clear MB11 MB12 MB13;
212: %
213: for idir=-1:2:1 ;% current direction = opposite(-1),same(+1)
214:     %
215:     %-----Making total matrix
216:     %
217:     M=MT1+MT2*idir;
218:     %
219:     %-----Calculating synthesized inductance and resistance
220:     %
221:     M=inv(M);
222:     M11=M( 1 : th*wd/2 , 1 : th*wd/2 );
223:     M12=M( 1 : th*wd/2 , th*wd/2+1 : 1.5*th*wd/2 );
224:     M21=M(th*wd/2+1 : 1.5*th*wd/2 , 1 : th*wd/2 );
225:     M22=M(th*wd/2+1 : 1.5*th*wd/2 , th*wd/2+1 : 1.5*th*wd/2 );
226:     Y11=sum(sum(M11).');
227:     Y12=sum(sum(M12).');
228:     Y21=sum(sum(M21).');
229:     Y22=sum(sum(M22).');
230:     if idir== -1
231:         K11=Y11;
232:         K12=Y12;
233:         K21=Y21;
234:         K22=Y22;
235:         V2=0;
236:     else
237:         J11=Y11;
238:         J12=Y12;
239:         J21=Y21;
240:         J22=Y22;
241:         V2=-J21/J22;
242:     end
243:     %
244:     if idir==1
245:         YY11=J11+K11;
246:         YY12=2*K12;
247:         YY13=J11-K11;
248:         YY22=4*K22;
249:         YY33=YY11;
250:         YY21=YY12;
251:         YY31=YY13;
252:         YY23=YY12;
253:         YY32=YY23;
254:         YT=[YY11 YY12 YY13;
255:             YY21 YY22 YY23;
256:             YY31 YY32 YY33];
257:         ZT=inv(YT);
258:         Z11=ZT(1,1);
259:         Z12=ZT(1,2);
260:         Z13=ZT(1,3);
261:         Z22=ZT(2,2);
262:         L1=imag(Z11)/w;
263:         R1=real(Z11);
264:         L2=imag(Z22)/w;
265:         R2=real(Z22);
266:         M12=imag(Z12)/w;
267:         R12=real(Z12);
268:         M13=imag(Z13)/w;
269:         R13=real(Z13);
270:     %
271:     end
272: end

```

第3章

chp_stbl.m : チョップーインバータシステムの根軌跡や過渡応答波形の作図

```

1: % chp_stbl.m
2: %
3: % Stability Check of Chopper-Inverter System with Input L-C Filter
4: % by using Root Locus Method
5:
6: close all
7: clear all
8: clear global
9: global A B U_step;
10:
11: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
12: % 描画様式のデフォルト設定 %
13: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
14: %
15: % 計算後にも再指定可能
16: %
17: % fig_format = 1: 全根の軌跡とその根番号の付記
18: %                2: 全根の軌跡とそのパラメータ付記
19: %                3: ハンチング原因根だけの軌跡
20: %                4: ハンチング原因根だけの軌跡とそのパラメータ付記
21: %                5: 外乱に対する応答波形 (カラー表示)
22: %                6: 外乱に対する応答波形 (白黒表示. 印刷用)
23:
24: fig_format_default = 4;
25:
26: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
27: % 軌跡の補間のための分割数の指定 %
28: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
29: %
30: % N_div: あとで指定する「疎パラメータ」の間を更に N_div 分割して計算する。
31: %       分割により追加されたパラメータを「密パラメータ」と呼ぶ。
32: %       軌跡の本数は変わらないが、軌跡の曲線がスムーズになる。
33: %       但し、大きい値を指定すると計算時間は長くなる。
34: %       対外乱過渡特性の計算が主目的のときは、ここを 1 に設定しておくのが
35: %       効率的。
36:
37: N_div1 = 10; % 補間のために、疎・第1パラメータの間隔を更に N_div1 分割
38: N_div2 = 10; % 補間のために、疎・第2パラメータの間隔を更に N_div2 分割
39:
40: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
41: % 根の並べ変えの要否の指定 %
42: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
43: %
44: % rearrange_flag = 0: 並べ変え不要。 計算は速いが、軌跡を線で結んでも不連続に
45: %                     なることが多いので、計算された根位置のみを○印で表示。
46: %                     根番号やパラメータ値の表示は不適切な位置になることがある
47: %                     ので要注意。
48: %                     1: 並べ変え必要。 根の軌跡が連続線で描ける。
49: %                     ただし、補間の分割数が細かいときには時間がかかるし、逆に
50: %                     補間の分割数が粗いと途中で並べ変えを失敗し、軌跡が不連続
51: %                     になることもある。
52: %
53: % 対外乱過渡特性の計算が主目的のときは、ここを 0 に設定しておく方が効率的。
54:
55: rearrange_flag = 1;
56:
57: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
58: % 対外乱過渡特性計算の要否 %
59: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
60: %
61: % disturbance_flag = 0: 計算不要
62: %                     1: 計算必要。ただし、計算時間がかなり長くなる。
63: %
64: % 軌跡補間や根の並べ替えを指定するときは、ここを 0 に設定しておく方が効率的。
65: % また、メッシュの全交点での特性を計算するようにプログラムされているので、
66: % あまりにも多量の第1, 2パラメータを指定するとメモリ不足で計算が中断される。
67:
68: disturbance_flag = 0;
69:
70: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
71: % 解析モードの設定 %
72: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
73: %
74: % mode=1 : モータ負荷
75: %        2 : 定電力負荷
76: %        3 : 抵抗負荷
77:
78: mode = 1;

```

```

79:
80: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
81: % 疎・第1パラメータの選定 および その変化範囲の指定 %
82: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
83: %
84: % 注： 本プログラムでは、メッシュ状の根軌跡が描かれる。このメッシュの縦系に
85: % 相当するものを主根軌跡とすれば、横系に相当するものは副根軌跡となる。
86: % なお、完成した図上では主根軌跡と副根軌跡の見分けはつかないが、プログラムの
87: % 説明の都合上、任意の一方を主根軌跡と定めるものとする。
88: %
89: % 第1パラメータ： 主根軌跡の端から端までを描くときに変化させるパラメータ。
90: % そのうち、ここで指定する粗いピッチのデータ列を疎・第1パラメータ、これらの
91: % 間を細かく分割したパラメータを密・第1パラメータと称する。
92: % なお、疎・第1パラメータの数は副根軌跡の本数と一致する。
93: %
94: % 指定可能パラメータは下記
95: % 全負荷に共通
96: %      VDC   Vf2x   Lf1   Rf1   Cf1   Lf2   Rf2   Cf2
97: %      Kf     Kr
98: %      Kv     Tv     Kc     Tc   --- cont_set = 1 のときのみ有効
99: %      Wcv     Mvx     Wcc     Mc   --- cont_set = 2 のときのみ有効
100: %      Kd     Td1     Td2
101: %      Pow                                --- I M負荷の場合でも「入力」電力で指定
102: %      I M負荷のとき
103: %      Ls     Lr     M     Rs     Rr     J     Km
104: %
105: % =例= :
106: % param1_name='VDC';
107: % param1_vari='[450:10:780]';
108:
109: param1_name='Td2';
110: param1_vari='[0.001e-3 1e-3:1e-3:7e-3]';
111:
112: eval(['param1_value=' param1_vari '']); % 書換禁止
113:
114: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
115: % 疎・第2パラメータの選定 および その変化範囲の指定 %
116: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
117: %
118: % 疎・第2パラメータ： 条件を変えて複数本の主根軌跡を描かせるとき、それらの
119: % 各条件を指定するパラメータ。
120: % 副根軌跡は、疎・第2パラメータの間を細分した密・第2パラメータにより補間し
121: % て描かれる。
122: %
123: % 指定可能パラメータは既述に同じ。ただし、第1パラメータに不使用のものに限る
124: % 根軌跡が1本だけで良いときは、
125: %      param2_name='dummy2';
126: %      param2_vari='[1]';
127: % と指定すること。
128: %
129: % =例= :
130: % param2_name='Kd';
131: % param2_vari='[0:0.05:0.3]';
132:
133: param2_name='Kd';
134: param2_vari='[0:0.05:0.3]';
135:
136: eval(['param2_value=' param2_vari '']); % 書換禁止
137:
138: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
139: % 第3パラメータの選定 および その変化範囲の指定 %
140: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
141: %
142: % 第3パラメータ： 画面を更新して、他の条件で同様の作図を繰り返すとき、
143: %                  その条件を示すパラメータ
144: %
145: % 指定可能パラメータは既述に同じ。但し、第1, 2パラメータに不使用のものに限る
146: % 画面を更新する必要がないときには、
147: %      param3_name='dummy3';
148: %      param3_vari='[1]';
149: % と指定すること。
150: %
151: % =例= :
152: % param3_name='Lf1';
153: % param3_vari='[3E-3:1E-3:30E-3]';
154:
155: param3_name='mode';
156: param3_vari='[1 3 2]';
157:
158: eval(['param3_value=' param3_vari '']); % 書換禁止
159:
160: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
161: % デフォルト値の設定 %
162: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

```

```

163:
164: % (後続の処理によって、可変パラメータとして強制的に変更されるものもある
165: %   ので要注意)
166:
167: %%% 入出力 L-C フィルタの定数
168:
169: VDC0 = 600;      % 入力直流電圧定格値 [V] ... フィードフォワードの基準値
170:                  %   として計算に使用される
171: VDC = 450;       % 入力直流電圧動作点 [V]
172: Vf2x = 300;      % 出力直流電圧指令値 [V]
173: Lf1 = 10E-3;     % チョップパ入力フィルタのリアクトルのインダクタンス [H]
174: Rf1 = 0.1;       % チョップパ入力フィルタのリアクトルの抵抗 [Ohm]
175: Cf1 = 2000E-6;   % チョップパ入力フィルタのコンデンサの静電容量 [F]
176: Lf2 = 1E-3;      % チョップパ出力フィルタのリアクトルのインダクタンス [H]
177: Rf2 = 0.02;      % チョップパ出力フィルタのリアクトルの抵抗 [Ohm]
178: Cf2 = 8000E-6;   % チョップパ出力フィルタのコンデンサの静電容量 [F]
179:
180: %%% コントローラの定数
181:
182: Kf = 1;          % チョップパ・フィードフォワード・ゲイン
183:
184: Kr = 10000;      % 電圧コントローラの低周波域ゲイン
185:                  %   値を小さくすると Droop が付く (殺すときは 10000 に設定)
186:
187: % 制御定数指定モードの設定 %
188: %
189: % cont_set=1 : 制御定数をコントローラの高周波域ゲイン、折点 $\omega$ の逆数で指定
190: %             2 : 電圧制御ループと電流制御ループの $\omega_c$  および
191: %             各開ループゲイン曲線の $\omega_c$  と隣の折れ点 $\omega$  との倍率で指定
192:
193: cont_set = 2;
194:
195: % (cont_set = 1 のときのみ有効)
196: Kv = 0.8;        % 電圧コントローラ (比例積分) の高周波域ゲイン
197: Tv = 50E-3;      % 電圧コントローラ (比例積分) の折点 $\omega$ の逆数 [s]
198: Kc = 0.9;        % 電流コントローラ (比例積分) の高周波域ゲイン
199: Tc = 7.5E-3;     % 電流コントローラ (比例積分) の折点 $\omega$ の逆数 [s]
200:
201: % (cont_set = 2 のときのみ有効)
202: %   下記の設定値が常識的な範囲を超えたり、Kr が小さ過ぎたりする場合には
203: %   計算はされても希望する特性が得られていないこともある。
204:
205: Wcv = 200;       % 電圧制御ループの交差周波数 [rad/s]
206: Mv = NaN;        % 同じく、交差周波数 (Wcv) 分の Wcc なる分数。
207:                  %   指定しても無効 (別途指定の Wcc と Wcv から自動的に決定)
208: Mvx = 5;         % 同じく、交差周波数 (Wcv) と折点 $\omega$  (1/Tv) の比
209: Wcc = 2600;      % 電流制御ループの交差周波数 [rad/s]
210: Mc = 5;          % 同じく、交差周波数 (Wcc) と折点 $\omega$  (1/Tc) の比
211:
212: %%% ダンピング回路の定数
213:
214: Kd = 0.00001;    % バンドパス・フィルタの通過域のゲイン。
215:                  %   別途使用する Gd との関係は、Gd = Kd * Td1
216: Td1 = 20E-3;     % バンドパス・フィルタの低周波側折点 $\omega$ の逆数 [s]
217: Td2 = 3.0E-3;    % バンドパス・フィルタの高周波側折点 $\omega$ の逆数 [s]
218:
219: %%% 負荷への入力電力 [W]
220:
221: Pow = 12E3;      % モータ負荷も入力電力で規定。これはやや変則的だが、
222:                  %   さもないとチョップパの負荷には I M の損失分も加わり、
223:                  %   他の負荷の場合とは動作点が異なることになる。
224:
225: %%% 負荷の 3 相誘導電動機 (I M) の定数
226:
227: Ls = 20.8E-3;    % I M の固定子インダクタンス (ls+M) [H]
228: Lr = 20.8E-3;    % I M の回転子インダクタンス (lr+M) [H]
229: M = 20.3E-3;     % I M の固定子・回転子間の相互インダクタンス [H]
230: Rs = 0.12;       % I M の固定子抵抗 [Ohm]
231: Rr = 0.08;       % I M の回転子抵抗 [Ohm]
232: % (以上、いずれも星形結線 1 相分の 1 次換算値)
233: P = 2;           % I M の極数 (偶数)
234: J = 0.0845;      % I M + 負荷の慣性モーメント [kg.m^2]
235: Pw0 = 12E3;      % I M の定格出力 [W] ... 参考値 (計算には使用しない)
236: Vm0 = 200;       % I M の定格電圧 (線間電圧実効値) [V]
237:                  %   電圧コントローラに Droop をつけたときは、無負荷時の電圧
238: fm0 = 60;        % I M の定格周波数 [Hz]
239: Km = 1.0;        % 検討対象となる I M の動作点 (I M に印加される電圧と
240:                  %   周波数は Km*Vm0, Km*fm0 となる)
241:
242: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
243: % 外乱応答シミュレーションの準備 %
244: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
245:
246: t0=0 ; tf=1;          % シミュレーションの開始・終了時刻

```

```

247:
248: %%% ode45 コマンドから呼ばれる状態方程式のmファイルを生成
249:
250: fid0=fopen('xx2.m','w');
251: fprintf(fid0,'function xdot=xx2(t,x);\n');
252: fprintf(fid0,'global A B U_step;\n');
253: fprintf(fid0,['xdot = A * x + B * U_step;\n']);
254: fclose(fid0);
255:
256: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
257: % 第3パラメータを変えて画面更新 %
258: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
259:
260: for zz = param3_value
261:     eval([param3_name '=zz;']);
262:
263:     if mode==1
264:         x0=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0]; % シミュレーションの状態変数の初期値
265:     else
266:         x0=[0 0 0 0 0 0 0];
267:     end
268:
269:     fig_format = fig_format_default; % 描画様式の設定
270:
271:     n = clock; % データ番号の採番 (年-月-日-時-分-秒)
272:     Date=[num2str(n(1)) '-' num2str(n(2)) '-' num2str(n(3)) '-' ...
273:         num2str(n(4)) '-' num2str(n(5)) '-' num2str(n(6))];
274:
275:     Roots_all = []; % 全根軌跡データ集積用マトリクス
276:     Roots_one = []; % 同じく、注目根 (ハンチング原因根) 専用
277:
278:     Rec = []; % 制御定数換算値&モータ諸量記録用マトリクス
279:     % 1--param2_value, 2--param1_value, 3--Kv,
280:     % 4--Iv, 5--Kc, 6--Tc, 7--Wcv, 8--Mv,
281:     % 9--Mvx, 10--Wcc, 11--Mc, 12--W1, 13--W2,
282:     % 14--W3, 15--W4, 16--Pout, 17--wr, 18--TRQ
283:
284:     vf2_VDC = []; % 外乱応答シミュレーション結果の収納用マトリクス
285:     vf2_Pow = []; % _VDC : 入力電圧外乱に対する応答
286:     if2_VDC = []; % _Pow : 負荷外乱に対する応答
287:     if2_Pow = [];
288:     vf1_VDC = [];
289:     vf1_Pow = [];
290:
291:     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
292:     % 第2パラメータで繰返し計算 %
293:     %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
294:
295:     Nyy_max = length(param2_value);
296:     for Nyy = [1 : Nyy_max] % 疎・第2パラメータでのスキャン開始
297:         if Nyy~=Nyy_max
298:             dyy = ( param2_value(Nyy+1) - param2_value(Nyy) ) / N_div2;
299:             Nyys_max = N_div2;
300:         else
301:             Nyys_max = 1;
302:             dyy = 1; % 定義さえされていれば、どんな値でも良い
303:         end
304:
305:         for Nyys = [1 : Nyys_max] % 密・第2パラメータでのスキャン開始
306:             yy = param2_value(Nyy) + dyy * (Nyys-1);
307:             if Nyys==1
308:                 line_mode2 = 1; % 主根軌跡上のデータ処理モード
309:             else
310:                 line_mode2 = 0; % 主根軌跡上以外のデータ処理モード
311:             end
312:
313:             eval([param2_name '=yy;']);
314:
315:             Root_all = []; % 根軌跡データ集積用マトリクス
316:             % (1種類の第2パラメータに対して)
317:             Root_one = []; % 同じく、注目根専用
318:
319:             %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
320:             % 第1パラメータでスキャン %
321:             %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
322:
323:             Nxx_max = length(param1_value);
324:             for Nxx = [1 : Nxx_max] % 疎・第1パラメータでのスキャン開始
325:                 if Nxx~=Nxx_max
326:                     dxx = ( param1_value(Nxx+1) - param1_value(Nxx) ) / N_div1;
327:                     Nxxs_max = N_div1;
328:                 else
329:                     Nxxs_max = 1;
330:                 end

```

```

331:
332: for Nxxs = [1 : Nxxs_max] % 密・第1パラメータでのスキャン開始
333:     xx = param1_value(Nxx) + dxx * (Nxxs-1);
334:     if Nxxs==1
335:         line_mode1 = 1; % 副根軌跡上のデータ処理モード
336:     else
337:         line_mode1 = 0; % 副根軌跡上以外のデータ処理モード
338:     end
339:
340:     eval([param1_name ' =xx;']);
341:
342:     if (line_mode1==1)|(line_mode2==1)
343:         % 主または副根軌跡上のデータ処理中
344:
345:         %%%%%%%%%%%
346:         % 定常解の計算 %
347:         %%%%%%%%%%%
348:
349:         vf2 = ( Vf2x + sqrt( Vf2x^2-4*Pow/Kr ) ) / 2; % Vf2x=Vf2*
350:
351:         if mode==1; %%%% モータ負荷のとき
352:             w = 2*pi*Km*fm0;
353:             Vm = Km*Vm0*vf2/Vf2x;
354:
355:             %%%% 動作点における滑り角周波数 ws の計算
356:
357:             s = 0;
358:             for ds=[0.1 0.01 0.001 0.0001 0.00001]
359:                 Pin =0;
360:                 while Pin < Pow
361:                     s = s+ds;
362:                     ls = Ls - M;
363:                     lr = Lr - M;
364:                     Z = Rr/s + j*w*lr;
365:                     Z = Z * (j*w*M) / (Z+j*w*M);
366:                     Z = Z + j*w*ls + Rs;
367:                     I1 = (Vm/sqrt(3))/Z;
368:                     Pin = 3 * real( (Vm/sqrt(3)) * conj(I1) );
369:                 end
370:                 s = s - ds;
371:             end
372:             ws = s * w;
373:
374:             % 付録 (動作点におけるモータのその他諸量)
375:
376:             Z = Rr/s + j*w*lr;
377:             Z = Z * (j*w*M) / (Z+j*w*M);
378:             Z = Z + j*w*ls + Rs;
379:             I1 = (Vm/sqrt(3))/Z;
380:             Pin1 = real( (Vm/sqrt(3)) * conj(I1) );
381:             % 1相分のモータ入力 [W]
382:             Pin3 = 3 * Pin1; % 3相分のモータ入力 [W]
383:             Pout = 3 * (Pin1 - Rs*abs(I1)^2) * (1-s);
384:             % モータ軸出力 [W]
385:             TRQ = 3 * (Pin1 - Rs*abs(I1)^2) * P / (2*w);
386:             % モータトルク [N-m]
387:
388:             %%%% インバータ出力電圧係数 m の計算
389:
390:             m = Vm/(sqrt(3)*vf2);
391:
392:             wr = w - ws;
393:             z = 1-(M^2)/(Ls*Lr); % z = σ
394:             zr = Rr/Lr; % zr = σ r
395:             Amss = ...
396:             [ Rs -w*z*Ls 0 -w*M/Lr
397:               w*z*Ls Rs w*M/Lr 0
398:               -zr*M 0 zr -(w-wr)
399:               0 -zr*M w-wr zr ];
400:             i_ph_sr_dq = inv(Amss) * [0 sqrt(3)*m*vf2 0 0]';
401:             isd = i_ph_sr_dq(1);
402:             isq = i_ph_sr_dq(2);
403:             prd = i_ph_sr_dq(3);
404:             prq = i_ph_sr_dq(4);
405:             if2 = sqrt(3) * m * isq;
406:
407:         else %%%% 定電力負荷および抵抗負荷のとき
408:
409:             if2 = Pow / vf2;
410:
411:         end
412:
413:         vch = Rf2 * if2 + vf2;
414:         vf1 = ( VDC + sqrt( VDC^2-4*Rf1*vch*if2 ) ) / 2;

```

```

415: vchx = vch * ( Kf * vf1 + (1-Kf)*VDC0 ) / vf1;
416: % Kf = 1 のとき, vchx = vch
417: % Kf = 0 のとき, vchx = VDC0 * vch / vf1
418:
419: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
420: % 制御定数の換算 %
421: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
422:
423: V_denomi = ( Kf * vf1 + (1-Kf)*VDC0 );
424: Gch = vf1 / V_denomi;
425: WLC = 1 / sqrt( Lf2 * Cf2 );
426:
427: if cont_set==1
428:     Wcv = Kv / Cf2;
429:     Wcc = Kc * Gch / Lf2;
430:     Mv = Wcc / Wcv;
431:     Mvx = Wcv / (1/Tv);
432:     Mc = Wcc / (1/Tc);
433:     W1 = (1/Tc) / WLC;
434:     W2 = Wcc / WLC;
435:     W3 = (1/Tv) / WLC;
436:     W4 = Wcv / WLC;
437: else
438:     Mv = Wcc / Wcv;
439:     Kv = Wcv * Cf2;
440:     Tv = Mvx / Wcv;
441:     Kc = Wcc * Lf2 / Gch;
442:     Tc = Mc / Wcc;
443:     W1 = (1/Tc) / WLC;
444:     W2 = Wcc / WLC;
445:     W3 = (1/Tv) / WLC;
446:     W4 = Wcv / WLC;
447: end
448:
449: Gd = Kd * Td1;
450:
451: if (line_mode1==1)&(line_mode2==1)
452:     % メッシュの交点上のデータ処理中
453:
454:     if mode~=1
455:         Pout=NaN; wr=NaN; TRQ=NaN;
456:     end
457:     Rec = [Rec ; ...
458:           yy xx Kv Tv Kc Tc Wcv Mv Mvx Wcc Mc ...
459:           W1 W2 W3 W4 Pout wr TRQ vf2];
460:
461: end
462:
463: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
464: % 状態マトリクスの作成 %
465: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
466:
467: % 状態変数: [vf1 vf2 if1 if2 qv qc q0 q2
468: %           isd isq phai_rd phai_rq wr]
469:
470: if mode==1 % モータ負荷のとき
471:     a1 = Rs / (z*Lv) + zr*(M^2) / (z*Lv*Lr);
472:     a2 = (P^2)*M / (4*J*Lr);
473:     zz = z*Lv*Lr;
474:     Am = ...
475:     [ -a1      w      zr*M/zz      M*wr/zz      M*prq/zz
476:       -w      -a1      -M*wr/zz      zr*M/zz      -M*prd/zz
477:       zr*M      0      -zr      w-wr      -prq
478:       0      zr*M      -(w-wr)      -zr      prd
479:       -a2*prq      a2*prd      a2*isq      -a2*isd      0      ];
480:     Amc = zeros(5,8);
481:     Amc(2,2) = sqrt(3) * m / (z*Lv);
482:     Ac = zeros(8,5);
483:     Ac(2,2) = -sqrt(3) * m / Cf2;
484: end
485:
486: a3 = vchx / ( Cf1 * V_denomi );
487: a4 = if2 / ( Cf1 * V_denomi );
488: a5 = vchx * if2 * Kf / ( Cf1 * V_denomi^2 );
489: Ac(1,:) = [a5      a4*Kc*Kv      1/Cf1      -a3+a4*Kc ...
490:            -a4*Kc      -a4      0      -a4*Kc      ];
491:
492: if mode==1 % モータ負荷のとき
493:     x = 0;
494: elseif mode==2 % 定電力負荷のとき
495:     x = Pow / ( Cf2 * (vf2^2) );
496: else % 抵抗負荷のとき
497:     x = - Pow / ( Cf2 * (vf2^2) );
498: end

```

```

499:      Ac(2,:) = [0      x      0      1/Cf2 ...
500:                0      0      0      0      ];
501:
502:      Ac(3,:) = [-1/Lf1    0      -Rf1/Lf1  0 ...
503:                0      0      0      0      ];
504:
505:      a6 = (1-Kf) * VDC0 * vchx / ( Lf2 * V_denomi^2 );
506:      a7 = vf1 / ( Lf2 * V_denomi );
507:      x1 = -1/Lf2 - a7*Kc*Kv;
508:      x2 = -Rf2/Lf2 - a7*Kc;
509:      Ac(4,:) = [a6      x1      0      x2 ...
510:                a7*Kc    a7      0      a7*Kc  ];
511:
512:      x1 = -Kv * (Kr-Kv) / (Tv * Kr);
513:      x2 = -Kv / (Tv * Kr);
514:      Ac(5,:) = [0      x1      0      0 ...
515:                x2      0      0      0      ];
516:
517:      Ac(6,:) = [0      -Kc*Kv/Tc  0      -Kc/Tc ...
518:                Kc/Tc    0      0      Kc/Tc  ];
519:
520:      Ac(7,:) = [Gd/(Td1^2) 0      0      0 ...
521:                0      0      -1/Td1  0      ];
522:
523:      Ac(8,:) = [Gd/(Td1*Td2) 0      0      0 ...
524:                0      0      -1/Td2  -1/Td2  ];
525:
526:      if mode==1 % モータ負荷のとき
527:          A = [ Ac    Acm
528:                Amc  Am  ];
529:      else % 定電力負荷, 抵抗負荷のとき
530:          A = Ac;
531:      end
532:
533:      %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
534:      % 外乱への応答シミュレーション %
535:      %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
536:
537:      if (disturbance_flag==1)&(line_model1==1)&(line_model2==1)
538:          % 外乱応答計算が指示されて、メッシュの交点の計算を処理中
539:
540:          for Disturb=[1 2]
541:              if Disturb==1; % 外乱源 = VDC
542:                  U_step = 10; % 外乱ステップ 10[V]
543:                  if mode==1
544:                      B=[0 0 1/Lf1 0 0 0 0 0 0 0 0 0]';
545:                  else
546:                      B=[0 0 1/Lf1 0 0 0 0 0]';
547:                  end
548:              else % 外乱源 = Pow
549:                  if mode==1
550:                      U_step = TRQ*120/Pow;
551:                      % 入力電力 120[W] 相当の外乱トルク・ステップ
552:                      B=[0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -P/(2*J)]';
553:                  else
554:                      U_step = 120; % 入力電力ステップ 120[W]
555:                      B=[0 -1/(Cf2*vf2) 0 0 0 0 0 0]';
556:                  end
557:              end
558:              [t_res,Resp] = ode45('xx2',[t0 tf],x0);
559:              % 5次ルンゲクッタによる応答解の取得
560:              vf2res=Resp(:,2); % 必要な状態変数だけ抜粋
561:              if2res=Resp(:,4);
562:              vf1res=Resp(:,1);
563:              td=[t0:0.005:tf]';
564:              vf2sp=spline(t_res,vf2res,td);
565:              % ランダム時間間隔データを等時間間隔データ
566:              % に変換のうえ、円滑化する
567:              if2sp=spline(t_res,if2res,td);
568:              vf1sp=spline(t_res,vf1res,td);
569:
570:              if Disturb==1; % 外乱源 = VDC
571:                  vf2_VDC = [vf2_VDC vf2sp];
572:                  % シミュレーション・データの集積
573:                  if2_VDC = [if2_VDC if2sp];
574:                  vf1_VDC = [vf1_VDC vf1sp];
575:              else % 外乱源 = Pow
576:                  vf2_Pow = [vf2_Pow vf2sp];
577:                  if2_Pow = [if2_Pow if2sp];
578:                  vf1_Pow = [vf1_Pow vf1sp];
579:              end
580:          end
581:      end
582:  end

```



```

583:
584: %%%%%%%%%%%
585: % 固有値の計算 %
586: %%%%%%%%%%%
587:
588: EIG_temp = eig(A); % EIG_temp は列ベクトル
589:
590: if rearrange_flag==0
591:     EIG = EIG_temp; % 根は並べ変えない
592:
593: else
594:
595:     %%% 根軌跡が不連続にならないように根ベクトルを並べ変える
596:
597:     % 過去の根の動きから、新しい根の位置を予測する。
598:
599:     if (line_mode2==1)&(~(Nxx==1)&(Nxxs==1)))
600:         % 主根軌跡上の始点以外のデータを処理中
601:         EIG_re1 = Root_all(:,max(1,size(Root_all,2)-1));
602:         % 主根軌跡に沿って 2つ戻った位置の根
603:         % (2つ目の根の計算時には1つ戻った位置の根)
604:         EIG_re2 = Root_all(:,size(Root_all,2));
605:         % 主根軌跡に沿って 1つ戻った位置の根
606:     elseif ((Nxx==1)&(Nxxs==1)&(Nyy==1)&(Nyys==1))
607:         % 最初的主根軌跡の始点のデータを処理中
608:         EIG_re1 = EIG_temp;
609:         EIG_re2 = EIG_temp;
610:     else
611:         % 上記を除く、副根軌跡上のデータを処理中
612:         L_EIG = length(EIG_temp);
613:         N1X = ((Nyy-1)*N_div2+Nyys-2)*L_EIG+1;
614:         N2X = ((Nyy-1)*N_div2+Nyys-1)*L_EIG;
615:         N3X = (Nxx-1)*N_div1 + Nxxs;
616:         if (Nyy-1)*N_div2+Nyys >= 3
617:             EIG_re1 = Roots_all(N1X-L_EIG:N2X-L_EIG,N3X);
618:             % 副根軌跡に沿って 2つ戻った位置の根
619:         else
620:             EIG_re1 = Roots_all(N1X:N2X,N3X);
621:             % (2つ目の根の計算時には1つ戻った位置の根)
622:         end
623:         EIG_re2 = Roots_all(N1X:N2X,N3X);
624:         % 副根軌跡に沿って 1つ戻った位置の根
625:     end
626:     EIG_ref = 2 * EIG_re2 - EIG_re1; % 次の根の予測位置
627:
628:     % 予測位置に最も近くなるように、最新の根ベクトルの要素を
629:     % 並べ変え
630:
631:     EIG = ones(length(EIG_temp),1) * NaN;
632:     for N=1:length(EIG_temp)
633:         Distance = abs(EIG_temp(N) - EIG_ref);
634:         while 1
635:             N1 = find( Distance == min(Distance) );
636:             % 最短距離の位置にある根を捜す
637:             if length(N1)>2
638:                 error(['Pole re-arrange error ... ' ...
639:                     'Triple choices'])
640:             elseif length(N1)==2
641:                 % 2実根から2複素根に分岐するときは、同一の距離
642:                 % の位置に2つの根が存在する。
643:                 N2 = N1(1); % 最初の該当先に収納を試み、
644:                 if ~isnan(EIG(N2)) % 既に有効データ収納済みなら
645:                     N2 = N1(2); % もう一つの該当先に収納
646:                 end
647:                 N1 = N2;
648:             end
649:             %
650:             break_flag = 0; % (フラグのリセット)
651:             if ~isnan(EIG(N1)) % 収納決定先が既に収納済み。
652:                 % 2複素根から2実根に分岐するとき、予測位置の
653:                 % 誤差が大きいためか、稀に起こることあり。
654:                 Distance(N1) = 1e10; % 再挑戦に備え、この収納先
655:                 % は次回には候補から外す。
656:             else
657:                 break_flag = 1; % 収納成功時には、while から抜
658:                 % けて次の根の処理へ。
659:             end
660:             if break_flag==1
661:                 break
662:             end
663:         end % end of while データの収納失敗時は戻って再挑戦
664:         EIG(N1) = EIG_temp(N);
665:     end % 根の並べ変えのための繰返し完了
666:

```

```

667: % 複素根を含む場合、その共役対の並び順は、
668: % 虚部が正のものを先にする。
669:
670: for N=[1:length(EIG)]
671:     if imag(EIG(N))~=0
672:         N1 = find( abs( EIG-conj(EIG(N)) )<0.1 );
673:         if length(N1)==1 % これ以外のケースはほとんど存在し
674:             % ないと思われるが、稀に外れたとき
675:             % には後続の処理でエラーとなるので
676:             % , 姑息に逃げる。
677:             if ( N1>N ) & ( imag(EIG(N))<0 )
678:                 N2 = EIG(N);
679:                 N3 = EIG(N1);
680:                 EIG(N) = N3;
681:                 EIG(N1) = N2;
682:             end
683:         end
684:     end
685: end
686:
687: end % rearrange_flag 処理の終了
688:
689: Mask = (real(EIG)>-100) & (real(EIG)<100) & ...
690:         (imag(EIG)>100) & (imag(EIG)<300);
691: if sum(Mask)~=1
692:     error(['Judgement error for selecting object' ...
693:           ' pole of this study'])
694: end
695:
696: Root_all = [Root_all EIG]; % データ集積
697: Root_one = [Root_one sum(EIG.*Mask)]; % 着目根のみ
698:
699: else % else of 'if (line_mode1==1)|(line_mode2==1)'
700:     % メッシュの線上以外でのデータ処理
701:
702:     N = NaN * ones(size(A,1),1);
703:     % 計算しなかった回のデータは 'NaN' とする
704:     Root_all = [Root_all N]; % データ集積
705:     Root_one = [Root_one NaN]; % 着目根のみ
706:
707: end % end of 'if (line_mode1==1)|(line_mode2==1)'
708:
709: end % 密・第1パラメータでのスキャン終了
710:
711: end % 疎・第1パラメータでのスキャン終了
712:
713: Roots_all = [Roots_all ; Root_all]; % データ再集積
714: Roots_one = [Roots_one ; Root_one]; % 着目根のみの集積
715:
716: end % 密・第2パラメータでの繰返し終了
717:
718: end % 疎・第2パラメータでの繰返し終了
719:
720: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
721: % 描画フォーマット選択切替えのためのループ %
722: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
723:
724: while 1
725:
726:     if (fig_format>=1) & (fig_format<=4)
727:
728:         %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
729:         % 根軌跡の作図 %
730:         %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
731:
732:         if fig_format==1 | fig_format==2
733:             Root = Root_all;
734:             Roots = Roots_all;
735:         elseif fig_format==3 | fig_format==4
736:             Root = Root_one;
737:             Roots = Roots_one;
738:         end
739:
740:         [Row Col] = size(Root); % Col: 第1全パラメータ数
741:                                     % Cols: ""
742:                                     % Row: (最後のケースの) 根の数
743:         [Rows Cols] = size(Roots); % Rows: (第2全パラメータ数×根の数)
744:         eval(['N=' param1_vari ',';]);
745:         Np1 = length(N); % Np1: 疎・第1パラメータ数
746:         eval(['N=' param2_vari ',';]);
747:         Np2 = length(N); % Np2: 疎・第2パラメータ数
748:
749:         for Nr=[1:Row] % このままでは、mode を第2パラメータにして、
750:             % fig_format を 1 か 2 にしたときは問題あるが ...

```

```

751:                                     %      (各第2パラメータごとに Row が異なるので)
752:
753: % 軌跡を直線で描く
754:
755: for N2=[1:Np2]
756:     N = (N2-1) * Row * N_div2 + Nr;
757:
758:     if rearrange_flag==0 % 根位置に○印のみ
759:         plot(real(Roots(N,:)),imag(Roots(N,:)),'o');
760:     else % メッシュ状根軌跡
761:         plot(real(Roots(N,:)),imag(Roots(N,:)));
762:     end
763:     hold on;
764: end
765: for N1=1:Np1
766:     N = (N1-1) * N_div1 + 1;
767:     if rearrange_flag==0 % 根位置に○印のみ
768:         plot(real(Roots(Nr:Row:Rows,N)), ...
769:              imag(Roots(Nr:Row:Rows,N)),'o');
770:     else % メッシュ状根軌跡
771:         plot(real(Roots(Nr:Row:Rows,N)),imag(Roots(Nr:Row:Rows,N)));
772:     end
773: end
774:
775: ax=axis;
776: plot([0 0],[ax(3) ax(4)],'-r'); % 虚軸 (赤色)
777:
778: % 各軌跡に根の番号を表示
779:
780: if fig_format==1
781:     text(real(Roots(Nr,Col)),imag(Roots(Nr,Col)),int2str(Nr))
782: end
783:
784: % 各軌跡にパラメータ値を表示
785:
786: if fig_format==2 | fig_format==4
787:     N = [param2_name ''];
788:     if N(1:6) ~= 'dummy2'
789:         % 線と文字の重なり防止
790:         POS = min(find(real(Roots(Nr,:))~=max(real(Roots(Nr,:)))));
791:         for N2=[1:Np2]
792:             N = (N2-1) * Row * N_div2 + Nr;
793:             text(real(Roots(N,POS)),imag(Roots(N,POS)), ...
794:                  [' ' param2_name '=' num2str(param2_value(N2))]);
795:         end
796:     end
797: % 第2パラメータがないときは、根位置を○印で表示
798: if Np2==1
799:     for N1=[1:Np1]
800:         N = (N1-1) * N_div1 + 1;
801:         plot(real(Roots(Nr,N)), ...
802:              imag(Roots(Nr,N)),'o');
803:     end
804: end
805: % 線と文字の重なり防止
806: POS = min(find(real(Roots(Nr:Row:Rows,1)) ...
807:              ==max(real(Roots(Nr:Row:Rows,1)))));
808: POS = Nr + (POS-1)*Row;
809: for N1=[1:Np1]
810:     N = (N1-1) * N_div1 + 1;
811:     text(real(Roots(POS,N)),imag(Roots(POS,N)), ...
812:          [' ' param1_name '=' num2str(param1_value(N1))]);
813: end
814: end
815:
816: axis('normal');
817: grid on
818: zoom on
819: end
820:
821: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
822: % タイトルや計算条件の図中への表示 %
823: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
824:
825: if mode==1
826:     Title_txt = 'Inverter-Motor Load';
827: elseif mode==2
828:     Title_txt = 'Constant-Power Load';
829: else
830:     Title_txt = 'Resistor Load';
831: end
832:
833: N = [param2_name ''];
834: if N(1:6) == 'mode '

```

```

835:         Title_txt = 'Various Kinds of Load';
836:     end
837:
838:     title([Title_txt '          DATA No.' Date]);
839:     xlabel('Real part');
840:     ylabel('Imaginary part');
841:
842:     Rootsx = Roots;
843:     Rootsx(isnan(Rootsx)) = [];
844:     Xmin=min(min(real(Rootsx)));
845:     Xmax=max(max(real(Rootsx)));
846:     Ymin=min(min(imag(Rootsx)));
847:     Ymax=max(max(imag(Rootsx)));
848:     Height=Ymax-Ymin;
849:     Width=Xmax-Xmin;
850:     Y1=Ymin+0.065*Height;
851:     Y2=Ymin+0.025*Height;
852:     text(Xmin,Y1,['Scanned by : ' param1_name '=' param1_vari]);
853:     text(Xmin,Y2,['with Parameter : ' param2_name '=' param2_vari]);
854:
855:     chVDC0 = ['VDC0=' num2str(VDC0)];
856:     chVDC = ['VDC=' num2str(VDC)];
857:     chVf2x = ['Vf2x=' num2str(Vf2x)];
858:     chLf1 = ['Lf1=' num2str(Lf1)];
859:     chRf1 = ['Rf1=' num2str(Rf1)];
860:     chCf1 = ['Cf1=' num2str(Cf1)];
861:     chLf2 = ['Lf2=' num2str(Lf2)];
862:     chRf2 = ['Rf2=' num2str(Rf2)];
863:     chCf2 = ['Cf2=' num2str(Cf2)];
864:     chPow = ['Pow=' num2str(Pow)];
865:
866:     N = [param2_name '          '];
867:     if (mode==1) | ((N(1:6)=='mode ')&(sum(param2_value==1)>0))
868:         chLs = ['Ls=' num2str(Ls)];
869:         chLr = ['Lr=' num2str(Lr)];
870:         chM = ['M=' num2str(M)];
871:         chRs = ['Rs=' num2str(Rs)];
872:         chRr = ['Rr=' num2str(Rr)];
873:         chPw0 = ['Pw0=' num2str(Pw0)];
874:         chVm0 = ['Vm0=' num2str(Vm0)];
875:         chfm0 = ['fm0=' num2str(fm0)];
876:         chP = ['P=' num2str(P)];
877:         chJ = ['J=' num2str(J)];
878:         chKm = ['Km=' num2str(Km)];
879:     else
880:         chLs = ['Ls=----'];
881:         chLr = ['Lr=----'];
882:         chM = ['M=----'];
883:         chRs = ['Rs=----'];
884:         chRr = ['Rr=----'];
885:         chPw0 = ['Pw0=----'];
886:         chVm0 = ['Vm0=----'];
887:         chfm0 = ['fm0=----'];
888:         chP = ['P=----'];
889:         chJ = ['J=----'];
890:         chKm = ['Km=----'];
891:     end
892:
893:     chKf = ['Kf=' num2str(Kf)];
894:     chKr = ['Kr=' num2str(Kr)];
895:
896:     chKd = ['Kd=' num2str(Kd)];
897:     chGd = ['(Gd=' num2str(Gd) ')'];
898:     chTd1 = ['Td1=' num2str(Td1)];
899:     chTd2 = ['Td2=' num2str(Td2)];
900:
901:     a = 1;    b = Np1;    c = (Np2-1)*Np1+1;    d = Np2*Np1;    N = ' ';
902:
903:     if cont_set == 1
904:         chKv = ['Kv=' num2str(Kv)];
905:         chTv = ['Tv=' num2str(Tv)];
906:         chKc = ['Kc=' num2str(Kc)];
907:         chTc = ['Tc=' num2str(Tc)];
908:         chWcv = ['Wcv=' num2str(Rec(a, 7)) N num2str(Rec(b, 7)) N ...
909:                 num2str(Rec(c, 7)) N num2str(Rec(d, 7))];
910:         chMv = ['Mv=' num2str(Rec(a, 8)) N num2str(Rec(b, 8)) N ...
911:                 num2str(Rec(c, 8)) N num2str(Rec(d, 8))];
912:         chMvx = ['Mvx=' num2str(Rec(a, 9)) N num2str(Rec(b, 9)) N ...
913:                 num2str(Rec(c, 9)) N num2str(Rec(d, 9))];
914:         chWcc = ['Wcc=' num2str(Rec(a,10)) N num2str(Rec(b,10)) N ...
915:                 num2str(Rec(c,10)) N num2str(Rec(d,10))];
916:         chMc = ['Mc=' num2str(Rec(a,11)) N num2str(Rec(b,11)) N ...
917:                 num2str(Rec(c,11)) N num2str(Rec(d,11))];
918:     else

```

```

919:         chWcv = ['Wcv=' num2str(Wcv)];
920:         chMvx = ['Mvx=' num2str(Mvx)];
921:         chWcc = ['Wcc=' num2str(Wcc)];
922:         chMc = ['Mc=' num2str(Mc)];
923:         chKv = ['Kv=' num2str(Rec(a, 3)) N num2str(Rec(b, 3)) N ...
924:                 num2str(Rec(c, 3)) N num2str(Rec(d, 3))];
925:         chTv = ['Tv=' num2str(Rec(a, 4)) N num2str(Rec(b, 4)) N ...
926:                 num2str(Rec(c, 4)) N num2str(Rec(d, 4))];
927:         chKc = ['Kc=' num2str(Rec(a, 5)) N num2str(Rec(b, 5)) N ...
928:                 num2str(Rec(c, 5)) N num2str(Rec(d, 5))];
929:         chTc = ['Tc=' num2str(Rec(a, 6)) N num2str(Rec(b, 6)) N ...
930:                 num2str(Rec(c, 6)) N num2str(Rec(d, 6))];
931:         chMv = ['Mv=' num2str(Rec(a, 8)) N num2str(Rec(b, 8)) N ...
932:                 num2str(Rec(c, 8)) N num2str(Rec(d, 8))];
933:     end
934:
935:     chW1 = ['W1=' num2str(Rec(a,12)) N num2str(Rec(b,12)) N ...
936:             num2str(Rec(c,12)) N num2str(Rec(d,12))];
937:     chW2 = ['W2=' num2str(Rec(a,13)) N num2str(Rec(b,13)) N ...
938:             num2str(Rec(c,13)) N num2str(Rec(d,13))];
939:     chW3 = ['W3=' num2str(Rec(a,14)) N num2str(Rec(b,14)) N ...
940:             num2str(Rec(c,14)) N num2str(Rec(d,14))];
941:     chW4 = ['W4=' num2str(Rec(a,15)) N num2str(Rec(b,15)) N ...
942:             num2str(Rec(c,15)) N num2str(Rec(d,15))];
943:
944:     chPout = ['Pout=' num2str(Rec(a,16)) N num2str(Rec(b,16)) N ...
945:               num2str(Rec(c,16)) N num2str(Rec(d,16))];
946:     chwr = ['wr=' num2str(Rec(a,17)) N num2str(Rec(b,17)) N ...
947:             num2str(Rec(c,17)) N num2str(Rec(d,17))];
948:     chTRQ = ['TRQ=' num2str(Rec(a,18)) N num2str(Rec(b,18)) N ...
949:              num2str(Rec(c,18)) N num2str(Rec(d,18))];
950:     chvf2 = ['vf2=' num2str(Rec(a,19)) N num2str(Rec(b,19)) N ...
951:              num2str(Rec(c,19)) N num2str(Rec(d,19))];
952:
953:     eval(['ch' param1_name '=' param1_name '====';]);
954:     N = [param2_name ''];
955:     if N(1:6) ~= 'dummy2'
956:         eval(['ch' param2_name '=' param2_name '====';]);
957:     end
958:
959:     ax=axis;
960:     Xmin=ax(1); Xmax=ax(2); Ymin=ax(3); Ymax=ax(4);
961:     Height=Ymax-Ymin; Width=Xmax-Xmin;
962:
963:     X1=Xmin+0.0*Width;
964:     X2=Xmin+0.5*Width;
965:
966:     for n=[1:20];
967:         Ypos(n)=Ymin-(n+5)*Height/40;
968:     end
969:
970:     N = ', ';
971:     text(X1,Ypos(1),[chVDCO N chVDC N chVf2x N chPow]);
972:     text(X1,Ypos(2),[chLf1 N chRf1 N chCf1 N chLf2 N chRf2 N chCf2]);
973:     text(X1,Ypos(3),[chLs N chLr N chM N chRs N chRr]);
974:     text(X1,Ypos(4),[chKm N chPw0 N chVm0 N chfm0 N chP N chJ]);
975:     text(X1,Ypos(5),[chKf N chKr N chKd N chGd N chTd1 N chTd2]);
976:     if cont_set == 1
977:         text(X1,Ypos(6),[chKv N chTv N chKc N chTc]);
978:     else
979:         text(X1,Ypos(6),[chWcv N chMvx N chWcc N chMc]);
980:     end
981:
982:     if cont_set==1
983:         text(X1,Ypos(8),chWcv);
984:         text(X1,Ypos(9),chMv);
985:         text(X1,Ypos(10),chMvx);
986:         text(X1,Ypos(11),chWcc);
987:         text(X1,Ypos(12),chMc);
988:     else
989:         text(X1,Ypos(8),chKv);
990:         text(X1,Ypos(9),chTv);
991:         text(X1,Ypos(10),chKc);
992:         text(X1,Ypos(11),chTc);
993:         text(X1,Ypos(12),chMv);
994:     end
995:
996:     text(X1,Ypos(14),chvf2);
997:
998:     text(X2,Ypos(8),chW1);
999:     text(X2,Ypos(9),chW2);
1000:     text(X2,Ypos(10),chW3);
1001:     text(X2,Ypos(11),chW4);
1002:

```

```

1003:         text(X2,Ypos(12),chPout);
1004:         text(X2,Ypos(13),chwr);
1005:         text(X2,Ypos(14),chTRQ);
1006:
1007:     elseif (fig_format==5)|(fig_format==6)
1008:         if disturbance_flag==1
1009:
1010:             %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
1011:             % 外乱応答波形の作図 %
1012:             %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
1013:
1014:             [P1V,TD]=meshgrid(param1_value,td);
1015:             eval(['N=' param1_vari '']);
1016:             Np1 = length(N); % Np1: 疎・第1パラメータ数
1017:             eval(['N=' param2_vari '']);
1018:             Np2 = length(N); % Np2: 疎・第2パラメータ数
1019:
1020:             N=0;
1021:
1022:             while N<Np2
1023:
1024:                 if fig_format==5
1025:                     figure(1)
1026:                     colormap('default') % 画面上に波形が虹色で表示されるが、
1027:                                         % 白黒プリンタでは、印刷が不鮮明
1028:
1029:                     figure(2)
1030:                     colormap('default')
1031:                 else
1032:                     figure(1)
1033:                     colormap([0 0 0]) % 画面上に波形が白黒で表示され、
1034:                                         % 白黒プリンタでも、印刷が鮮明
1035:                     figure(2)
1036:                     colormap([0 0 0])
1037:                 end
1038:
1039:                 N=N+1;
1040:                 Z1min = -3; Z1max = 3; % 各図の縦軸の数値の範囲
1041:                 Z2min = -3; Z2max = 3;
1042:                 Z3min = -0.5; Z3max = 0.5;
1043:                 Z4min = 0.0; Z4max = 1.0;
1044:                 Z5min = -10; Z5max = 30;
1045:                 Z6min = -0.5; Z6max = 0.5;
1046:
1047:                 FIG_1 = vf2_VDC(:,(N-1)*Np1+1:N*Np1); % 各図用のデータの切出し
1048:                 FIG_2 = if2_VDC(:,(N-1)*Np1+1:N*Np1);
1049:                 FIG_3 = vf2_Pow(:,(N-1)*Np1+1:N*Np1);
1050:                 FIG_4 = if2_Pow(:,(N-1)*Np1+1:N*Np1);
1051:                 FIG_5 = vf1_VDC(:,(N-1)*Np1+1:N*Np1);
1052:                 FIG_6 = vf1_Pow(:,(N-1)*Np1+1:N*Np1);
1053:
1054:                 % 各図のデータの上限・下限の制限
1055:                 FIG_1 = ( FIG_1>Z1max ) * Z1max + ( FIG_1<Z1min ) * Z1min + ...
1056:                     ( ( FIG_1<=Z1max ) & ( FIG_1>=Z1min ) ) .* FIG_1;
1057:                 FIG_2 = ( FIG_2>Z2max ) * Z2max + ( FIG_2<Z2min ) * Z2min + ...
1058:                     ( ( FIG_2<=Z2max ) & ( FIG_2>=Z2min ) ) .* FIG_2;
1059:                 FIG_3 = ( FIG_3>Z3max ) * Z3max + ( FIG_3<Z3min ) * Z3min + ...
1060:                     ( ( FIG_3<=Z3max ) & ( FIG_3>=Z3min ) ) .* FIG_3;
1061:                 FIG_4 = ( FIG_4>Z4max ) * Z4max + ( FIG_4<Z4min ) * Z4min + ...
1062:                     ( ( FIG_4<=Z4max ) & ( FIG_4>=Z4min ) ) .* FIG_4;
1063:                 FIG_5 = ( FIG_5>Z5max ) * Z5max + ( FIG_5<Z5min ) * Z5min + ...
1064:                     ( ( FIG_5<=Z5max ) & ( FIG_5>=Z5min ) ) .* FIG_5;
1065:                 FIG_6 = ( FIG_6>Z6max ) * Z6max + ( FIG_6<Z6min ) * Z6min + ...
1066:                     ( ( FIG_6<=Z6max ) & ( FIG_6>=Z6min ) ) .* FIG_6;
1067:
1068:                 % 第1図
1069:                 figure(1)
1070:                 subplot(2,2,1),waterfall(TD',P1V',FIG_1');
1071:                 axis([0 1 min(param1_value) max(param1_value) Z1min Z1max]);
1072:                 title('\Delta v_{f2}[V] @\Delta V_{DC}=10[V]');
1073:                 xlabel('Time[s]');ylabel(param1_name);
1074:                 subplot(2,2,2),waterfall(TD',P1V',FIG_2');
1075:                 axis([0 1 min(param1_value) max(param1_value) Z2min Z2max]);
1076:                 title('\Delta i_{f2}[A] @\Delta V_{DC}=10[V]');
1077:                 xlabel('Time[s]');ylabel(param1_name);
1078:                 subplot(2,2,3),waterfall(TD',P1V',FIG_3');
1079:                 axis([0 1 min(param1_value) max(param1_value) Z3min Z3max]);
1080:                 title('\Delta v_{f2}[V] @\Delta Pow=120[W]');
1081:                 xlabel('Time[s]');ylabel(param1_name);
1082:                 subplot(2,2,4),waterfall(TD',P1V',FIG_4');
1083:                 axis([0 1 min(param1_value) max(param1_value) Z4min Z4max]);
1084:                 title('\Delta i_{f2}[A] @\Delta Pow=120[W]');
1085:                 xlabel('Time[s]');ylabel(param1_name);
1086:                 %
1087:                 AX = axis;

```

```

1087: X1 = AX(1);
1088: Y1 = AX(4)+1.0*(AX(4)-AX(3));
1089: Z1 = AX(5)-2.0*(AX(6)-AX(5));
1090: Z2 = Z1-0.2*(AX(6)-AX(5));
1091: Z3 = Z2-0.2*(AX(6)-AX(5));
1092: text(X1,Y1,Z1,['DATA No. ' Date]);
1093: text(X1,Y1,Z2,['Scan Parameter : ' param1_name '=' ...
1094:                                     param1_vari]);
1095: text(X1,Y1,Z3,['No.2 Parameter : ' param2_name '=' ...
1096:                                     num2str(param2_value(N))]);
1097:
1098: % 第2図
1099: figure(2)
1100: subplot(2,2,1),waterfall(TD',P1V',FIG_5');
1101: axis([0 1 min(param1_value) max(param1_value) Z5min Z5max]);
1102: title('\Delta v_{f1}[V] @\Delta V_{DC}=10[V]');
1103: xlabel('Time[s]');ylabel(param1_name);
1104: subplot(2,2,3),waterfall(TD',P1V',FIG_6');
1105: axis([0 1 min(param1_value) max(param1_value) Z6min Z6max]);
1106: title('\Delta v_{f1}[V] @\Delta Pow=120[W]');
1107: xlabel('Time[s]');ylabel(param1_name);
1108: %
1109: AX = axis;
1110: X1 = AX(1);
1111: Y1 = AX(3);
1112: Z1 = AX(5)-1.0*(AX(6)-AX(5));
1113: Z2 = Z1-0.2*(AX(6)-AX(5));
1114: Z3 = Z2-0.2*(AX(6)-AX(5));
1115: text(X1,Y1,Z1,['DATA No. ' Date]);
1116: text(X1,Y1,Z2,['Scan Parameter : ' param1_name '=' ...
1117:                                     param1_vari]);
1118: text(X1,Y1,Z3,['No.2 Parameter : ' param2_name '=' ...
1119:                                     num2str(param2_value(N))]);
1120:
1121: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
1122: % 次の疎・第2パラメータ値での外乱応答波形の作図指示待ち %
1123: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
1124:
1125: AAA=' ';
1126: while (AAA~='n')&(AAA~='s')
1127:     disp('Key-in to continue !');
1128:     disp([' ' 'n' & Enter : Response Waveform ' ...
1129:           'under Next Parameter']);
1130:     disp([' ' 's' & Enter : Skip remaining parameter ' ...
1131:           'and return to menu']);
1132:     AAA=input(' ','s');
1133: end
1134: if AAA=='s'
1135:     break
1136: end
1137:
1138: figure(1)
1139: hold off
1140: clf
1141: close
1142: end % end of while
1143:
1144: else
1145:     disp(['You have set disturbance_flag 0. ' ...
1146:           'So, waveform cannot be shown.']);
1147:     disp(' ');
1148: end % end of 'if disturbance_flag==1'
1149:
1150: end % end of 'elseif (fig_format==5)|(fig_format==6)'
1151:
1152: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
1153: % 他の表示方法への指示待ち %
1154: %%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
1155:
1156: AAA=' ';
1157: while (AAA~='1')&(AAA~='2')&(AAA~='3')&(AAA~='4')&(AAA~='5') ...
1158:       &(AAA~='6')&(AAA~='7')
1159:     disp('Key in ''1 --- 7''');
1160:     disp(' 1: Locus & Serial Number of all Poles');
1161:     disp(' 2: Locus & Parameter of all Poles');
1162:     disp(' 3: Locus of an Ained Pole');
1163:     disp(' 4: Locus & Parameter of an Ained Pole');
1164:     disp(' 5: Response against Disturbance Input (Color display)');
1165:     disp(' 6: Ditto (B & W display suitable for printing)');
1166:     disp(' 7: Go to Next-Case');
1167:     AAA=input(' ','s');
1168: end
1169: if AAA=='7'
1170:     hold off

```

```

1171:         break;
1172:     end
1173:     fig_format=str2num(AAA);
1174:     figure(1)
1175:     close
1176:     figure(2)
1177:     close
1178: end                                     % 描画フォーマット選択のための while の終了
1179: figure(1)
1180: close
1181: figure(2)
1182: close
1183: end                                     % 第3パラメータでの繰り返し終了
1184: delete xx2.m                           % 状態方程式のテンポラリmファイルを消去

```


第4章

digit_vc.m : デジタルベクトル制御の根軌跡や過渡応答波形の作図

```

1: % digit_vc.m
2: %
3: % デジタル・ベクトル制御のRL, d-q,  $\alpha$ - $\beta$ 各モデルの根軌跡による安定判別
4: % および デジタルPWMモデルによる過渡計算
5: %
6: clear all; close all;
7: clear global
8: global A_pwm B_pwm;
9:
10: % 後の繰返しループで、別途再定義される可能性がある変数
11: % =====
12:
13: Kp=45.1; % 制御器の比例ゲイン
14: T=200e-6; % サンプル時間
15:
16: Kp_fix=Kp; % 上記の値をPWMモデルに使用するために保存。
17: T_fix=T; % PWMモデルでは、パラメータは自動変化させない。
18:
19: % 根軌跡を描くときに変化させるパラメータの指定
20: % =====
21:
22: para_name='Kp'; % 'Kp' または 'T'
23:
24: % 過渡計算の要否
25: % =====
26:
27: transient=1; % 0..... 過渡計算不要, 1..... 過渡計算必要
28:
29: % 回転速度指定
30: % =====
31:
32: Nr=1500; % rpm
33: kyoku=4;
34:
35: % 固定定数
36: % =====
37:
38: Rs=1.3;
39: Rr=1.06;
40: Ls=0.12;
41: Lr=0.12;
42: M=0.115;
43: sig=1-M*M/(Ls*Lr);
44: Rm=Rs+(M/Lr)^2*Rr;
45: tau=Lr/Rr;
46: a1=Rs/(sig*Ls)+M^2/(sig*Ls*Lr*tau);
47: a2=M/(sig*Ls*Lr);
48:
49: % 定常解の計算
50: % =====
51:
52: id=4.2;
53: iq=8.0;
54: flux_d=M*id;
55: flux_q=0;
56: ws=iq/(tau*id);
57: wr=2*pi*Nr*(kyoku/2)/60;
58: w=wr+ws;
59: Torque=kyoku*M*(iq*flux_d-id*flux_q)/(2*Lr);
60: Vd=Rs*id-w*sig*Ls*iq-w*flux_q*M/Lr;
61: Vq=Rs*iq+w*sig*Ls*id+w*flux_d*M/Lr;
62: e_a0=sqrt(2/3)*Vq;
63: e_b0=-sqrt(1/2)*Vd-sqrt(1/6)*Vq;
64: e_c0=sqrt(1/2)*Vd-sqrt(1/6)*Vq;
65:
66: Power=wr*Torque*(2/kyoku);
67:
68: % ここで, id, iq, flux_d, flux_q, Torque, w, Vd, Vq, e_a0, e_b0, e_c0 が
69: % 定常値として保持される。
70:
71: a=[0:2*pi/360:2*pi]; % 単位円のデータ作成
72: x=sin(a);
73: y=cos(a);
74:
75: % 根軌跡
76: % =====
77:
78: for model=[1:3] % 1: RL model, 2: d-q model, 3:  $\alpha$ - $\beta$  model

```

```

79:
80: % 下記の Tmax,Kp_max には、予め求めた安定限界値を代入している。
81: if model==1
82:     Tmax=614;           % @1500rpm,@500rpm,@100rpm, @Kp=15
83:     Kp_max=47.9;        % @1500rpm,@500rpm,@100rpm, @T=200e-6
84: elseif model==2
85:     Tmax=529.5;         % @1500rpm, @Kp=15
86:     % Tmax=580.5;         % @500rpm, @Kp=15
87:     % Tmax=603.0;         % @100rpm, @Kp=15
88:     Kp_max=45.15;        % @1500rpm, @T=200e-6
89:     % Kp_max=46.9;        % @500rpm, @T=200e-6
90:     % Kp_max=47.6;        % @100rpm, @T=200e-6
91: else
92:     Tmax=529.5;         % @1500rpm, @Kp=15
93:     % Tmax=580.7;         % @500rpm, @Kp=15
94:     % Tmax=603.0;         % @100rpm, @Kp=15
95:     Kp_max=45.15;        % @1500rpm, @T=200e-6
96:     % Kp_max=46.9;        % @500rpm, @T=200e-6
97:     % Kp_max=47.6;        % @100rpm, @T=200e-6
98: end
99:
100: if para_name=='Kp'
101:     param_series_c=[5 10 15 20 30 40 45 Kp_max]; % For circle points
102:     param_series_d=[5:0.5:Kp_max]; % For dot points
103:     param_number=[1 2 3 4 5 6 7 8];
104:     No_2param=['T=' num2str(T*1e6) '\mus'];
105:     multi=1;
106: else
107:     param_series_c=[50 100 200 400 Tmax]*1e-6; % For circle points
108:     param_series_d=[50:5:Tmax]*1e-6; % For dot points
109:     param_number=[1 2 3 4 5];
110:     No_2param=['Kp=' num2str(Kp)];
111:     multi=1e6;
112: end
113:
114: for path=[1 2] % 1... 主根軌跡作図, 2... 補間根軌跡作図
115:     if path==1
116:         param_series=param_series_c;
117:     else
118:         param_series=param_series_d;
119:     end
120:
121:     EIG=[]; % 根データ集積用
122:
123:     for param=param_series
124:         if para_name=='Kp'
125:             Kp=param;
126:         else
127:             T=param;
128:         end
129:
130:         % デジタル R L モデル
131:         if model==1
132:             Ti=sig*Ls/Rm; % 制御器の比例積分の折点時定数
133:             Ki=Kp/Ti;
134:             A=-Rm/(sig*Ls);
135:             B=1/(sig*Ls);
136:             phi=exp(A*T);
137:             G=(phi-1)/A;
138:             Fux=-(Kp+Ki*T);
139:             Fuz=1;
140:             Fzx=-Ki*T;
141:             Fzz=1;
142:             Zero1=0;
143:             Zero2=0;
144:             Zero3=0;
145:
146:             % デジタル d-q モデル
147:             elseif model==2
148:                 Ti=sig*Ls/Rm; % 制御器の比例積分の折点時定数
149:                 Ki=Kp/Ti;
150:                 A=[ -a1 w a2/tau a2*wr
151:                     -w -a1 -a2*wr a2/tau
152:                     M/tau 0 -1/tau w-wr
153:                     0 M/tau wr-w -1/tau ];
154:                 B=[ 1/(sig*Ls) 0
155:                     0 1/(sig*Ls)
156:                     0 0
157:                     0 0 ];
158:                 phi=expm(A*T);
159:                 G=inv(A)*(phi-eye(4,4));
160:                 Fux=[ -(Kp+Ki*T) 0 0 0

```

```

163:         0      -(Kp+Ki*T)    0    0 ];
164:     Fuz=eye(2,2);
165:     Fzx=[ -Ki*T      0      0      0 ];
166:         0      -Ki*T      0      0 ];
167:     Fzz=eye(2,2);
168:     Zero1=zeros(4,2);
169:     Zero2=zeros(2,2);
170:     Zero3=zeros(2,2);
171:
172: % デジタル  $\alpha$ - $\beta$  モデル
173: else
174:     Ti=sig*Ls/Rm; % 制御器の比例積分の折点時定数
175:     Ki=Kp/Ti;
176:     A=[ -a1      0      a2/tau      a2*wr
177:         0      -a1      -a2*wr      a2/tau
178:         M/tau    0      -1/tau      -wr
179:         0      M/tau    wr      -1/tau ];
180:     B=[ 1/(sig*Ls)      0
181:         0      1/(sig*Ls)
182:         0      0
183:         0      0 ];
184:     A_pwm=A; % PWMモデルにて使用のため、保持。
185:     B_pwm=B; %
186:     theta=w*T;
187:     Ts=[ cos(theta) sin(theta)
188:         -sin(theta) cos(theta) ];
189:     Tss=[ Ts      zeros(2,2)
190:         zeros(2,2) Ts ];
191:
192:     T_delta=[ cos(theta/2) -sin(theta/2)
193:         sin(theta/2) cos(theta/2) ];
194:
195:     % T_delta=[ cos(theta) -sin(theta)
196:     % sin(theta) cos(theta) ];
197:
198:     % T_delta=[ 1 0
199:     % 0 1 ];
200:
201:     phi=Tss*expm(A*T);
202:     G=Tss*inv(A)*(expm(A*T)-eye(4,4));
203:     Fux=[ -(Kp+Ki*T)      0      0      0
204:         0      -(Kp+Ki*T)      0      0 ];
205:     Fux=T_delta*Fux;
206:     Fuz=eye(2,2);
207:     Fuz=T_delta*Fuz;
208:     Fzx=[ -Ki*T      0      0      0
209:         0      -Ki*T      0      0 ];
210:     Fzz=eye(2,2);
211:     Zero1=zeros(4,2);
212:     Zero2=zeros(2,2);
213:     Zero3=zeros(2,2);
214:
215: end % End of "if model"
216:
217: AA=[ phi      G*B      Zero1
218:     Fux      Zero2      Fuz
219:     Fzx      Zero3      Fzz ];
220: EIG=[EIG eig(AA)];
221:
222: end % End of "for param=param_series"
223:
224: if path==1 % 根軌跡・主プロット
225:     Index= repmat([1:size(EIG,2)],size(EIG,1),1);
226:     EIG_aimed=EIG( find( (real(EIG)<0.81) & (imag(EIG)>=0) ) );
227:     % 注目根の拾い出し
228:     Para_No=Index(find((real(EIG)<0.81) & (imag(EIG)>=0)));
229:     % 注目根の根番号
230:
231: if model==1 % RL model
232:     figure(1);
233:     plot(real(EIG),imag(EIG),'o')
234:     hold on;
235:     text(real(EIG_aimed)+0.02,imag(EIG_aimed)+0.02,num2str(Para_No));
236:     EIG % 根の数値確認用の表示
237: elseif model==2 % d-q model
238:     figure(2);
239:     plot(real(EIG),imag(EIG),'o')
240:     hold on;
241:     text(real(EIG_aimed)+0.02,imag(EIG_aimed)+0.02,num2str(Para_No));
242:     EIG % 根の数値確認用の表示
243: else %  $\alpha$ - $\beta$  model
244:     figure(3);
245:     plot(real(EIG),imag(EIG),'o')
246:     hold on;
247:     text(real(EIG_aimed)+0.02,imag(EIG_aimed)+0.02,num2str(Para_No));

```

```

247:         EIG          % 根の数値確認用の表示
248:     end
249: else          % 根軌跡・補間プロット
250:     if model==1      % RL model
251:         figure(1)
252:         plot(real(EIG),imag(EIG),'.')
253:         plot(x,y);    % 単位円プロット
254:         plot([-1 1 NaN 0 0],[0 0 NaN -0.2 1]); % 座標軸プロット
255:         grid on;
256:         axis equal;
257:         axis([-1 1 -0.2 1])
258:         % axis([0.4 0.6 0.8 1.0])
259:         title(['RL model' ' No_2param'])
260:         xlabel('Real part')
261:         ylabel('Imaginary part')
262:         text(-0.6,0.3,['No.' ' para_name'] ; ...
263:             num2str( [param_number' param_series_c'*multi]));
264:     elseif model==2    % d-q model
265:         figure(2)
266:         plot(real(EIG),imag(EIG),'.')
267:         plot(x,y);
268:         plot([-1 1 NaN 0 0],[0 0 NaN -0.2 1]);
269:         grid on;
270:         axis equal;
271:         axis([-1 1 -0.2 1])
272:         % axis([0.4 0.6 0.8 1.0])
273:         title(['d-q model' ' No_2param ' Nr=' num2str(Nr) 'rpm'])
274:         xlabel('Real part')
275:         ylabel('Imaginary part')
276:         text(-0.6,0.3,['No.' ' para_name'] ; ...
277:             num2str( [param_number' param_series_c'*multi]));
278:     else          %  $\alpha$ - $\beta$  model
279:         figure(3)
280:         plot(real(EIG),imag(EIG),'.')
281:         plot(x,y);
282:         plot([-1 1 NaN 0 0],[0 0 NaN -0.2 1]);
283:         grid on;
284:         axis equal;
285:         axis([-1 1 -0.2 1])
286:         % axis([0.4 0.6 0.8 1.0])
287:         title(['\alpha-\beta model' ' No_2param ' Nr=' ...
288:             num2str(Nr) 'rpm'])
289:         xlabel('Real part')
290:         ylabel('Imaginary part')
291:         text(-0.6,0.3,['No.' ' para_name'] ; ...
292:             num2str( [param_number' param_series_c'*multi]));
293:     end          % end of 'if model'
294: end            % end of 'if path'
295: end            % end of 'for path=[1 2]'
296: end            % end of "for model"
297:
298: % 過渡計算
299: % =====
300:
301: if transient==1
302:
303:     %=====
304:     % PWMモデルシミュレーション用のサブルーチン %
305:     %=====
306:     % モータの状態方程式を解く2次ルンゲクッタのファイルを生成。
307:     % 静止座標上から観測し、モータ速度は一定としている (A_pwm 中に含む)。
308:
309:     fid0=fopen('xx2.m','w');
310:     fprintf(fid0,'function X_motor_out=xx2(X_motor_in,u,h);\n'); % ルンゲクッタ
311:     fprintf(fid0,'% user function;\n');
312:     fprintf(fid0,'global A_pwm B_pwm;\n');
313:     fprintf(fid0,'diff_out=Diff(X_motor_in,u);\n');
314:     fprintf(fid0,'K1=h*diff_out;\n');
315:     fprintf(fid0,'X_motor_out_temp=X_motor_in+K1;\n');
316:     fprintf(fid0,'diff_out=Diff(X_motor_out_temp,u);\n');
317:     fprintf(fid0,'K2=h*diff_out;\n');
318:     fprintf(fid0,'X_motor_out=X_motor_in+(K1+K2)/2;\n');
319:     fprintf(fid0,'%;\n');
320:     fprintf(fid0,'function [dxdt]=Diff(x,u);\n'); % モータ状態方程式サブルーチン
321:     fprintf(fid0,'global A_pwm B_pwm;\n');
322:     fprintf(fid0,'dxdt = A_pwm * x + B_pwm * u;\n');
323:     fclose(fid0);
324:     %=====
325:
326:     Vdc=400;          % インバータ入力直流電圧
327:     Kp=Kp_fix;        % 電流制御器の比例ゲイン
328:     T=T_fix;          % サンプリング時間
329:
330:     Ti=sig*Ts/Rm;     % 制御器の比例積分の折点時定数

```

```

331:
332: Ki=Kp/Ti; % 電流制御器の積分ゲイン
333: Kpi=Kp+T*Ki;
334:
335: h=1e-6; % ルンゲクッタの時間刻み
336: n=5; % 現在を第 n 回目のサンプリングステップと仮定する。
337:
338: t0=0; % シミュレーションの開始時刻 (固定)
339: if T==200e-6
340:     t1=0.05; % シミュレーションの終了時刻 (秒)
341:     % t1=0.2; % シミュレーションの終了時刻 (秒)
342:     ts=0.01; % 外乱ステップ入力時刻
343: else
344:     t1=0.2; % シミュレーションの終了時刻 (秒)
345:     ts=0.04; % 外乱ステップ入力時刻
346: end
347:
348: N_d_max=ceil(t1/T); % 全計算期間中のサンプリング回数
349: N_a_max=round(T/h); % 1サンプリング期間中のルンゲクッタ刻み回数
350: if (mod(T,h)/h) > 0.01
351:     error('T/h is not integer')
352: end
353: N_s=ts/T; % ステップ入力を加えるべきサンプリング回
354:
355: % ここで, id, iq, flux_d, flux_q, Torque, w, Vd, Vq, e_a0, e_b0, e_c0 が
356: % 定常値として保持されている。
357:
358: iq_step=iq+5; % ステップ入力後の q 軸電流指令
359:
360: % 初期条件の設定
361: id_ref=id;
362: id_fbk(n-1)=id;
363: iq_ref(n-1)=iq;
364: iq_fbk(n-1)=iq;
365: e_d(n-1)=Vd;
366: e_q(n-1)=Vq;
367: e_a(n-1)=e_a0;
368: e_b(n-1)=e_b0;
369: e_c(n-1)=e_c0;
370: w_1(n-1)=w;
371: thetaz(n-1)=0*pi/180;
372: X_m=[id iq flux_d flux_q]'; % 状態変数初期値
373:
374: %
375: tt=0;
376:
377: data=[]; % 波形作図用データの集積場所の確保
378:
379: for N_d=[0:N_d_max] % サンプリング周期 T での繰返し計算
380:
381:     data=[data;
382:           tt id_fbk(n-1) iq_ref(n-1) iq_fbk(n-1) X_m(1) X_m(2)];
383:     tt=tt+T;
384:     disp([num2str(tt) '/' num2str(t1) ' ... Saving simulated data'])
385:
386:     % ===== n ステップ目で直ちに INV に指示される各相トランジスタの通流時間。
387:     % n-1 ステップ目に計算された INV 出力電圧指令に従って計算される。
388:
389:     T_abc_on = T * ( 1/2 + [ e_a(n-1) ; e_b(n-1) ; e_c(n-1) ]/Vdc );
390:
391:     % ===== n ステップ目で直ちにサンプル&ホールドされたモータの交流電流を,
392:     % A/D 変換して取り込み, 回転座標により直流量に変換する (d 軸 q 軸
393:     % 電流検出)。
394:     % ここでは新  $\theta$  は未知なので, 旧  $\theta$  を使用して座標変換する。
395:
396:     idq=[cos(thetaz(n-1)) sin(thetaz(n-1)); ...
397:          -sin(thetaz(n-1)) cos(thetaz(n-1))]*X_m(1:2);
398:     id_fbk(n)=idq(1);
399:     iq_fbk(n)=idq(2);
400:
401:     % ===== n ステップ目の計算に使用する q 軸電流基準の取り込み
402:
403:     if N_d >= N_s
404:         iq_ref(n)=iq_step;
405:     else
406:         iq_ref(n)=iq;
407:     end
408:
409:     % ===== n ステップ目で実行される d 軸 q 軸・電圧指令の演算。
410:     % (電流制御器の後退オイラー法による比例積分演算)
411:
412:     e_d(n)=e_d(n-1)+Kpi*(id-id_fbk(n))-Kp*(id-id_fbk(n-1));
413:     e_q(n)=e_q(n-1)+Kpi*(iq_ref(n)-iq_fbk(n))-Kp*(iq_ref(n)-iq_fbk(n-1));
414:

```

```

415:
416: % ===== n ステップ目で計算される周波数とθ
417:
418: w_1(n)=wr+iq_ref(n)/(tau*id_ref);
419: thetaz(n)=thetaz(n-1)+w_1(n)*T; % 次の n+1 ステップ目の電流検出に使用するθ
420: theta2(n)=thetaz(n)+w_1(n)*T/2; % 次の n+1.5 ステップ目に相当するθ
421:
422: % ===== n ステップ目で計算され、n+1 ステップ目で出力される INV 出力電圧指令。
423: % インバータには、n+1 ステップ目で指令されるが、INV 出力電圧に実際
424: % に反映されるのは、n+1 ステップの最初から n+2 ステップの最初までの
425: % 期間となる。そこで、この期間の中間点に相当する n+1.5 ステップ目に
426: % おけるθで電圧指令を計算し、制御精度の向上を図るようなアルゴリ
427: % ズムを採用しているものとする。
428:
429: e_abc=sqrt(2/3)*[ sin(theta2(n)) cos(theta2(n)) ;...
430:                  sin(theta2(n)-2*pi/3) cos(theta2(n)-2*pi/3) ;...
431:                  sin(theta2(n)+2*pi/3) cos(theta2(n)+2*pi/3) ]...
432:                  * [ e_d(n) ; e_q(n) ];
433:
434: e_a(n)=e_abc(1);
435: e_b(n)=e_abc(2);
436: e_c(n)=e_abc(3);
437:
438: % ===== PWM電圧出力（鋸歯状波キャリアによる）とモータの応答。
439: % n ステップ目の最初に指示された通流時間に従って電圧が出力される。
440: % ここは、デジタル制御装置外のアナログ領域
441:
442: for N_a=[1:N_a_max]
443:     V_abc=( ( N_a*h <= T_abc_on )-1/2 ) * Vdc; % 三相交流PWM電圧
444:     u=[ 0 -sqrt(1/2) sqrt(1/2) ;...
445:         sqrt(2/3) -sqrt(1/6) -sqrt(1/6) ]...
446:         % 二相交流PWM電圧
447:         * V_abc;
448:     [X_mx]=xx2(X_m,u,h); % ルングクッタ・サブルーチンの呼び出し
449:     X_m=X_mx;
450: end
451: % ここで、X_m は、次ステップのサンプル&ホールド時点での状態変数となる。
452:
453: % ===== 次ステップへ進むための準備（データ更新）
454:
455: id_fbk(n-1)=id_fbk(n);
456: iq_fbk(n-1)=iq_fbk(n);
457: iq_ref(n-1)=iq_ref(n);
458: e_d(n-1)=e_d(n);
459: e_q(n-1)=e_q(n);
460: w_1(n-1)=w_1(n);
461: thetaz(n-1)=thetaz(n);
462:
463: e_a(n-1)=e_a(n);
464: e_b(n-1)=e_b(n);
465: e_c(n-1)=e_c(n);
466: %
467: end
468: figure(4)
469:
470: if T==200e-6
471:     subplot(6,1,1),plot(data(:,1),data(:,2)),axis([0 t1 0 10]),grid on;
472:     ylabel('i_{sd}[A]')
473:     title(['Kp=' num2str(Kp) ' T=' num2str(T*1e6) '\mus N_r=' ...
474:           num2str(Nr) 'rpm E_d=' num2str(Vdc) 'V'])
475:     subplot(6,1,2),plot(data(:,1),data(:,3)),axis([0 t1 0 15]),grid on;
476:     ylabel('i_{sq}*[A]')
477:     subplot(6,1,3),plot(data(:,1),data(:,4)),axis([0 t1 0 15]),grid on;
478:     ylabel('i_{sq}[A]')
479:     subplot(6,1,4),plot(data(:,1),data(:,5)),axis([0 t1 -30 30]),grid on;
480:     ylabel('i_{s\alpha0}[A]')
481:     subplot(6,1,5),plot(data(:,1),data(:,6)),axis([0 t1 -30 30]),grid on;
482:     ylabel('i_{s\beta0}[A]'),xlabel('t[s]')
483: else
484:     subplot(6,1,1),plot(data(:,1),data(:,2)),axis([0 t1 0 10]),grid on;
485:     ylabel('i_{sd}[A]')
486:     title(['Kp=' num2str(Kp) ' T=' num2str(T*1e6) '\mus N_r=' ...
487:           num2str(Nr) 'rpm E_d=' num2str(Vdc) 'V'])
488:     subplot(6,1,2),plot(data(:,1),data(:,3)),axis([0 t1 0 15]),grid on;
489:     ylabel('i_{sq}*[A]')
490:     subplot(6,1,3),plot(data(:,1),data(:,4)),axis([0 t1 0 15]),grid on;
491:     ylabel('i_{sq}[A]')
492:     subplot(6,1,4),plot(data(:,1),data(:,5)),axis([0 t1 -30 30]),grid on;
493:     ylabel('i_{s\alpha0}[A]')
494:     subplot(6,1,5),plot(data(:,1),data(:,6)),axis([0 t1 -30 30]),grid on;
495:     ylabel('i_{s\beta0}[A]'),xlabel('t[s]')
496: end
497: end % end of 'if transient==1'

```

付録 D (筆者の発表論文など)

- (1) 片岡正博・栗田静夫・坪井克剛:「サイクロコンバータによるかご形誘導電動機の手度制御 (三菱C I形, S V形サイクロコンバータ)」, 三菱電機技報, Vol.45, No.5, 1971
- (2) Masahiro KATAOKA, Shizuo KURITA, Katsutaka TSUBOI: "Speed Control of Squirrel Cage Induction Motors with Cycloconverters", Mitsubishi Denki ENGINEER, No.35, Dec 1972
- (3) 坪井克剛・岡部繁康・佐藤公夫:「水処理用回転機」, 三菱電機技報, Vol.50, No.12, 1976
- (4) 坪井克剛:「誘導機・サイリスタモータを誤接続すると」, 図説電気 (電気書院), Vol.18, No.2, 1977
- (5) 坪井克剛:「マイコン制御サイリスタモータの特徴は」, 電気計算 (電気書院), Vol.47, No.15, 1979
- (6) Sadanari Yano, Katsutaka Tsuboi: "MELTRAC-V Flow-Control Systems", MITSUBISHI ELECTRIC ADVANCE, VOL.12/JUN, 1980
- (7) 河面英則・荒井喜八・坪井克剛・山下隆三郎:「静止セルビウス方式における循環電流特性」, 電気学会回転機研究会資料 RM-80-29, 1980
- (8) 永石勝之・坪井克剛:「セメント工場キルンドライブ用サイリスタモータ」, 電気四学会連合大会, 1981
- (9) 坪井克剛・荒井喜八・河面英則・増田博之:「誘導電動機のデジタル・ベクトル制御」, 電気学会 SPC-81-51, 1981
- (10) 坪井克剛・荒井喜八・増田博之:「D D Cハードウェアの共通化」, 電気学会全国大会, 1982
- (11) 坪井克剛・荒井喜八・増田博之:「ベクトル制御のD D C」, 電気四学会九州支部連合大会, 1982
- (12) 赤松昌彦・矢野禎成・瀬戸誠・坪井克剛・荒井喜八:「V V V Fインバータによる誘導電動機の手応制御」, 三菱電機技報, Vol.56, No.6, 1982
- (13) 岩永俊之・坪井克剛・小宮弘道・増田博之・荒井喜八:「電動機可変速制御用汎用D D Cシステム」, 三菱電機技報, Vol.57, No.7, 1983

- (14) 二村紘・坪井克剛:「送風機・ポンプの可変速制御技術の最近の動向」, 運輸省認定・船員通信教育教科書(高等科), 1985
- (15) 清水良之輔, 有賀恵蔵, 片岡玄三雄, 松本圭二, 坪井克剛, 川畑隆夫, 矢野禎成:「インバータ応用マニュアル」, 電気書院, 1985
- (16) 坪井克剛ほか:「自家用電気設備Q & A (パワーエレクトロニクス編)」, OHM (オーム社), 1995-12, 1996-1, 3, 4, 6, 8
- (17) 坪井克剛, 辻峰男, 山田英二:「ブスバーインダクタンスの簡易計算法とインバータDCリンクの寄生共振の解析」, 電学誌D, Vol.117-D, No.11, 1997, pp.1364-1374 (1997.11)
- (18) 坪井克剛ほか:「自家用電気設備Q & A Part 2」, OHM別冊(オーム社), 1998
- (19) 辻峰男, 坪井克剛, 糸長雅文, 泉勝弘, 山田英二:「誘導電動機デジタルベクトル制御系の安定解析法」, Stability Analysis Method of Digital Vector Controlled Induction Motor Drive System, 平成10年電気学会産業応用部門全国大会, Vol.3, No.231, pp.157-158 (1998.8)
- (20) 坪井克剛ほか:「半導体電力変換装置JEC-2410」, 電気学会 電気規格調査会 標準規格, 1998
- (21) KATSUTAKA TSUBOI, MINEO TSUJI, EIJI YAMADA: "A Simplified Method of Calculating Busbar Inductance and Its Application for Staray Resonance Analysis in an Inverter dc Link", Electrical Engineering in Japan, Vol.126, No.3, 1999, pp.49-63
- (22) 辻峰男, 糸長雅文, 坪井克剛, 泉勝弘, 山田英二:「誘導電動機デジタルベクトル制御系の安定解析法」, 平成11年度電気関係学会九州支部連合大会, No.223, p91 (1999.10)
- (23) 坪井克剛ほか:鉄鋼業における交流可変速駆動のオートチューニング技術調査専門委員会:「鉄鋼業におけるACドライブオートチューニング技術」, 電機学会技術報告第741号, 1999
- (24) Mineo TSUJI, Katsutaka TSUBOI, Katsuhiko IZUMI, Eiji YAMADA, Jun OYAMA, "Mathematical Models of a Digital Vector Control System", Proc. of SPEEDAM 2000 (Symposium on Power Electronics Electrical Drives Automation and Motion), pp.A1-25-30 (2000.6)
- (25) 坪井克剛, 辻峰男, 山田英二:「入力LCフィルタ付きチョッパ系の不安定現象とその対策」, 電学誌D, Vol., No.10, 2000
- (26) 坪井克剛ほか:「自家用電気設備Q & A第2集」, オーム社, 2000.11